제5편
신뢰성관리

낭비한 시간에 대한 후회는
더 큰 시간낭비이다.
- 메이슨 쿨리 -

제1장 신뢰성 개념 및 척도

1. 신뢰성의 개념

1.1 신뢰성의 기본개념

1.1.1 신뢰성의 정의 및 특징

* 신뢰성(reliability)이란 일반적으로 “시스템이나 장치가 정해진 사용조건하에서 의도하는 기간 동안 만족하게 동작하는 시간적 안정성”을 뜻한다. 즉, 품질관리에서 제품의 품질은 일정시점에서의 정적인 품질인 것에 비해 신뢰성은 시간의 변화에 따른 동적인 품질을 나타낸다.

* 제품의 시간적 품질인 신뢰성을 나타내기 위해서는 이것을 정량적으로 표시하는 척도가 있어야 하는데, 이를 위해 ‘신뢰도’라는 용어를 사용한다. 신뢰도 의미는 “시스템·기기·부품 등이 정해진 사용조건 하에서 의도하는 기간 동안, 정해진 기능을 발휘할 확률”로 정의된다. 즉, 신뢰도는 고장나지 않을 확률, 잔존(또는 생존)확률을 말한다.

* 이러한 신뢰성을 나타내는 필요한 조건으로는 ① 소요 제품기능, ② 제품 사용조건, ③ 사용기간 중 기기 작동횟수(혹은 연속운전시간) 등의 3가지가 필요하다.

* 그리고 품질관리와 대비하여 본 신뢰성의 차이점으로서, 품질관리는 모수 영역에서 부적합의 분포를 다루나, 신뢰성은 시간의 영역에서 고장의 분포를 다룬다는 점이다.

1.1.2 신뢰성 사고의 필요성 및 중요성

* 신뢰성이 중요시 되는 이유는 다음과 같다.
  ① 시스템이나 제품이 고도화, 복잡화, 대규모화로 고장이 발생하기 쉽게 되었다.
  ② 시스템이나 제품의 임무 혹은 기능이 고도화되어 인간생활과 밀접하게 되고, 일상생활이나 사회적으로 큰 영향을 갖게 됨으로써, 그로 인한 고장이 큰 손해와 직결되게 되었다.
  ③ 시스템이나 제품의 기능상의 요구를 실현시키기 위해 옛날과 같이 안전계수를 필요이상으로 추산하는 설계를 허용치 않게 됨으로써 경제적으로나 기술적으로도 합리적인 신뢰성 기술이 필요하게 되었다.
  ④ 기술개발의 속도가 빨라 신기술, 신재료 등의 출현으로 위험이 묵과되거나 미평가 분야가 확대되어 불신뢰 또는 불안전의 근원이 되고 있다. 이로 인해 가급적 시간에 쫓기지 않고 보증이 가능한 기술이 요구되고 있다는 점이다.
  ⑤ 사물의 복잡화에 수반되어 조직도 복잡하게 되고 인간·기계계에 있어서 인간에게 가해지는 일이 과중해져서 인간의 실수가 고장이나 사고에 큰 요인이 되고 있는 점이다.
  ⑥ 소비자주의(consumerism)의 대두에 의해 안전·공해문제가 기업의 제품책임(Product Liability : PL)을 가중하게 되고, 이에 대처하여 기술에 의한 저지의 필요성이 증대되었다.
  ⑦ 결국 이런 문제들을 해결하고 시스템이나 제품의 품질 특히 시간적 품질을 보증하려고 하면 일시적인 대책이 아니고 제품개발부터 사용까지의 전 수명을 통해서 끊임없는 기술의 축적과 그에 대한 적극활용, 여러 기술의 유기적 종합관리가 불가피하게 된 점이다.

1.2 신뢰성 이론의 발전

* 제2차 세계대전 중 통신기와 레이더 등 전자기기의 빈번한 고장으로 군의 작전수행에 막대한 지장을 받게 되자 미국에서는 신뢰성에 대한 조직적인 연구에 착수하게 되었다.

* 신뢰성 이론의 발전을 주요 년도별로 살펴보면 다음과 같다.
  - 1943 VTDC(Vacuum Tube Development Committee) 결성
  - 1946 ARINC(Aeronautical Radio Incorporated) 설립
  - 1952 AGREE(Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment) 구성
  - 1957 AGREE 연구보고서 발간
  - 1958 NASA(National Aeronautics and Space Administration) 창설
  - 1961 Bell전화연구소에서 FTA(고장나무분석)수법 개발

* 주로 전자부품의 신뢰성 이론은 1950년대에 발전되었고, 기계부품에 대한 신뢰성은 1960년대에 발전하였다.

2. 신뢰성의 척도 및 신뢰도 함수

2.1 신뢰성 척도

2.1.1 신뢰성 척도의 계산 ; $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$

* 신뢰성의 척도는 신뢰도 함수이다. 이것은 신뢰도를 사용시간 t 의 함수로 나타낸 것으로 그의 값은 시점 t 에 있어서의 잔존(또는 생존)확률이 된다.

* 이제 초기의 총수를 N, 시점 t 에 있어서의 잔존수를 $n(t)$ 라 하면 시점 t 에서의 잔존확률 $R(t)$ 는 다음과 같다.

$$R(t) = \frac{n(t)}{N} \qquad (1.1)$$

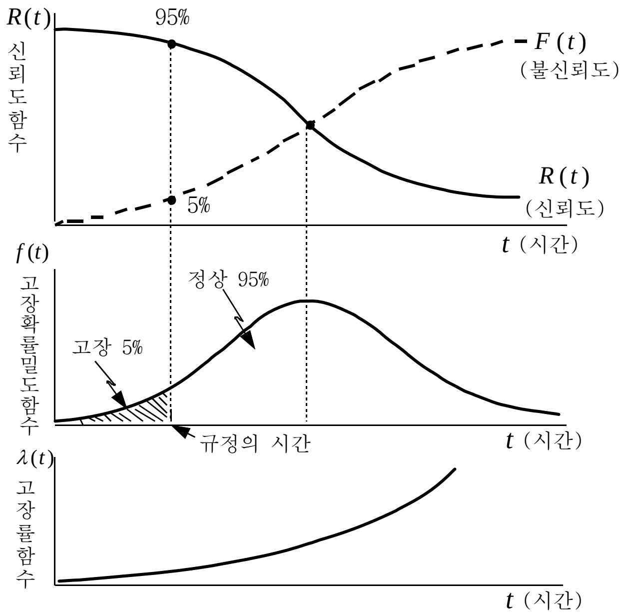
* 그리고 시점 t 까지의 고장난 것의 누적확률 $F(t)$ 는 다음과 같다.

$$F(t) = 1 - \frac{n(t)}{N} \qquad (1.2)$$

* 그러므로 $t = \infty$ 에서 전수가 모두 고장난다고 하면 $F(t = \infty) = 1$이 되므로

$$R(t) + F(t) = 1 \qquad (1.3)$$

* [그림 1.1]에서 볼 수 있는 바와 같이 $F(t)$ 는 $R(t)$ 를 뒤집어 놓은 모양을 하게 된다. 그림에서 규정된 시간 t 에서의 신뢰도 $R(t)$ 는 95%, 불신뢰도 $F(t)$ 는 5%가 된다.



[그림 1.1] 신뢰도함수, 고장밀도함수와 고장률

* 단위시간당 어떤 비율로 고장이 발생하고 있는가를 알려면 다음과 같이 $F(t)$를 미분하여 조사하면 된다.

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \tag{1.4}$$

여기서 $f(t)$는 고장확률밀도함수가 되기 때문에 누적고장확률 $F(t)$와 신뢰도함수 $R(t)$를 고장확률밀도함수 $f(t)$로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \tag{1.5}$$

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = 1 - F(t) \tag{1.6}$$

* 또한 식 (1.4)에서 $F(t)$ 대신에 $1-R(t)$를 대입하여 미분하면 $f(t)$는 다음과 같이 된다.

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \tag{1.7}$$

* 어떤 시점 t와 $t+\Delta t$ 시간 사이에 발생한 고장률을 '구간고장률'이라고 부르며, 이것을 Δt로 나누어 단위시간당 고장률로 환산한 것을 '단위시간당 고장률'이라 부른다.
  따라서 단위시간당 고장률 $\lambda(t)$를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{단위시간당 고장률} = \frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \tag{1.8}$$

여기서 단위시간은 주행거리(km) 또는 사용횟수가 될 수도 있다.

* 순간고장률은 Δt가 0으로 수렴할 때의 고장률의 극한값이다. 그러므로 순간고장률을 고장률 함수라고도 부르며, 이것을 $\lambda(t)$로 놓으면 다음과 같이 된다.

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} = \frac{1}{R(t)} \cdot \left(-\frac{d}{dt} R(t)\right)$$ 로부터

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{1.9}$$

여기서 $\lambda(t)$ 는 시간당 얼마씩 고장이 나고 있는가를 나타내는 장치의 고장률로서 그의 단위는 시간의 역수가 된다. 그러나 고장률의 단위는 경우에 따라 시간뿐만 아니라 주행거리나 사용횟수가 사용되는 경우도 있다.

* 그런데 일반적으로 수명데이터로부터 $f(t)$, $\lambda(t)$ 를 구할 경우에는 식 (1.4) 또는 식 (1.7)과 식 (1.9) 대신에 다음 식에 의하여 $f(t)$ 와 $\lambda(t)$ 를 계산한다.

$$f(t) = \frac{\text{시간 } t\text{와 } (t+\Delta t) \text{ 간의 고장개수}}{\text{샘플수}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{n(t) - n(t+\Delta t)}{N \cdot \Delta t} \tag{1.10}$$

$$\lambda(t) = \frac{\text{시간 } t\text{와 } (t+\Delta t) \text{ 간의 고장개수}}{t\text{시점의 생존개수}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{n(t) - n(t+\Delta t)}{n(t) \cdot \Delta t} \tag{1.11}$$

2.1.2 확률지를 이용한 신뢰성 척도의 계산

* 확률지는 어떤 특정한 수명분포를 따르는 확률변수의 값(t)과 이 변수의 누적분포함수 $F(t)$ 의 값의 타점이 도표상에서 직선이 되도록 가로축과 세로축을 도안한 도표로서, 수명분포에 따라 지수확률지, 정규확률지, 와이블확률지, 대수정규확률지 등이 있다.
* 지수확률지를 이용한 신뢰성 척도의 계산방법은 주어진 고장시간이 지수분포를 따르면 고장시간 t_i 와 그 누적분포함수 $F(t_i)$ 가 직선관계를 보이는 성질을 이용한 것이다.

(1) 메디안 랭크(median rank)법

* 앞에서 본 경우는 샘플수가 비교적 많은 경우이지만 만일 샘플수가 적은 경우에는 Benard가 고안한 메디안 랭크(median rank)법인 다음 공식들을 사용하여 신뢰성의 척도를 계산하는 것이 합리적이다. 이는 지수확률지를 이용한 신뢰성척도의 계산 방법이다.

$$F(t_i) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \tag{1.12}$$

$$R(t_i) = 1 - F(t_i) = \frac{n - i + 0.7}{n + 0.4} \tag{1.13}$$

$$f(t_i) = \frac{1}{(n + 0.4)(t_{i+1} - t_i)} \tag{1.14}$$

$$\lambda(t_i) = \frac{f(t_i)}{R(t_i)} = \frac{1}{(n - i + 0.7)(t_{i+1} - t_i)} \tag{1.15}$$

여기에서, n 은 샘플수, i 는 고장순번, t_i 는 i 번째 고장발생시간이다.

그리고 t_{i+1} 은 i+1번째, 즉 다음 번 고장발생시간이다.

(2) 평균순위(average rank)법

* 이는 정규확률지를 이용한 신뢰성척도의 계산 방법이다.
  구체적인 방법은 제4장의 신뢰성 시험과 추정에서의 정규확률지에 의한 방법에서 살펴본다.

$$F(t_i) = \frac{i}{n+1} \tag{1.16}$$

$$R(t_i) = 1 - F(t_i) = 1 - \frac{i}{n+1} = \frac{n-i+1}{n+1} \tag{1.17}$$

$$f(t_i) = \frac{1}{(n+1)(t_{i+1} - t_i)} \tag{1.18}$$

$$\lambda(t_i) = \frac{f(t_i)}{R(t_i)} = \frac{1}{(n-i+1)(t_{i+1} - t_i)} \tag{1.19}$$

(3) 선험적(empirical) 방법

* 이는 지수확률지를 이용한 경험적 방법에 따른 신뢰성척도의 계산 방법이다.

$$F(t_i) = \frac{i}{n} \tag{1.20}$$

$$R(t_i) = 1 - \frac{i}{n} = \frac{n-i}{n} \tag{1.21}$$

$$f(t_i) = \frac{1}{n(t_{i+1} - t_i)} \tag{1.22}$$

(4) midpoint rank법

* 이는 지수확률지를 이용한 midpoint(50%) 방법에 의한 신뢰성척도의 계산 방법이다.

$$F(t_i) = \frac{i - 0.5}{n} \tag{1.23}$$

2.2 신뢰도 함수 $R(t)$

* 식 (1.9)의 $\lambda(t) = f(t)/R(t)$ 에 의하면 고장률함수는 다음과 같이 될 수 있다.

$$\lambda(t) = \frac{1}{R(t)} \cdot \left(- \frac{dR(t)}{dt} \right) = \frac{-R'(t)}{R(t)}$$

* 따라서 상기 식을 t 로 적분하면 다음과 같이 된다.

$$\int_0^t \lambda(t)dt = \int_0^t \frac{-R'(t)}{R(t)} dt = -\int_0^t \frac{R'(t)}{R(t)} dt$$

$$= -[\ln R(t)]_0^t = -[\ln R(t) - \ln R(0)] = -\ln R(t) + \ln R(0)$$

* 여기서 t =0, 즉 사용초기에는 언제나 100%가 생존해 있기 때문에 $R(t=0)$는 1.0이 된다. 그리고 $\ln 1.0$은 0이기 때문에 윗 식은 다음과 같이 된다.

$$\int_0^t \lambda(t)dt = -\ln R(t) \tag{1.24}$$

윗 식에서 역대수(anti-log)를 취하면 다음과 같이 $R(t)$를 구할 수 있다.

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \tag{1.25}$$

* 윗 식은 다음 식과 같이 표현되기도 한다.

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]$$

윗 식이 바로 고장률로 나타낸 신뢰도함수이며 시점 t에 있어서의 제품의 생존확률이 된다. 여기서 '$\lambda(t) = \lambda$ = 일정'이라면 신뢰도함수 $R(t)$는 다음 식으로 된다.

$$R(t) = e^{-\lambda t}[= \exp(-\lambda t)] \tag{1.26}$$

윗 식에서 t는 제품의 사용시간을 나타내고, λ는 일정한 고장률(평균고장률)을 나타낸다.

3. 품질경영기사 실기 [기출유사 엄선문제]

3.1 신뢰성의 척도

◈ 신뢰성 척도의 계산 ; $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ ◈

01 어떤 제품 50개를 샘플링하여 50시간 수명시험을 한 결과 다음 표와 같은 데이터를 얻었다. 고장밀도함수 $f(t)$, 추정고장률 $\lambda(t)$를 구하시오. (단, $20 < t < 30$)

시각	0	10	20	30	40	50
정상동작생존수	50	47	44	36	35	25

해설

☞ $20 < t < 30$ 구간이므로

$$f(t) = \frac{n(t) - n(t+\Delta t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{44-36}{50 \times 10} = 0.016, \quad \lambda(t) = \frac{n(t) - n(t+\Delta t)}{n(t) \cdot \Delta t} = \frac{44-36}{44 \times 10} = 0.0182$$

02 46대의 차량에 대하여 주행거리(km)당 drive shaft의 고장개수(잡음이 규정된 값보다 큰 경우 고장으로 봄)를 조사한 결과 다음의 데이터를 얻었다고 할 때, 동일 로트로 만들어진 어떤 제품에 대하여 일정수의 제품을 랜덤하게 샘플링 한 후 이 샘플에 대해 고장이 날 때까지 조사하여 그 결과로부터 신뢰성 척도인 $f(t), F(t), R(t)$ 및 $\lambda(t)$를 구하라.

주행거리(km)	고장개수
0～20,000	19
20,000～40,000	11
40,000～60,000	7
60,000～80,000	5
80,000～100,000	4

해설

* 먼저 t=20,000km에서의 $f(t), F(t), R(t)$ 및 $\lambda(t)$는 다음과 같이 계산된다.

$$R(t=20{,}000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{(46-19)}{46} = \frac{27}{46} = 0.587$$

$$F(t=20{,}000) = 1 - \frac{n(t)}{N} = \frac{N-n(t)}{N} = \frac{46-(46-19)}{46} = \frac{19}{46} = 0.413$$

$$f(t=20{,}000) = \frac{n(t)-n(t+\varDelta t)}{N \cdot \varDelta t} = \frac{46-(46-19)}{46(20{,}000)} = 0.207 \times 10^{-4}$$

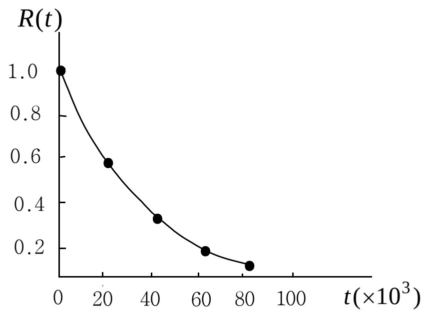
$$\lambda(t=20{,}000) = \frac{n(t)-n(t+\varDelta t)}{n(t) \cdot \varDelta t} = \frac{46-(46-19)}{46(20{,}000)} = 0.207 \times 10^{-4}$$

* 위와 같은 방법으로 지정된 각 시점에서의 $f(t), F(t), R(t)$ 및 $\lambda(t)$를 계산하여 종합하면 다음 [표 1]과 같다.

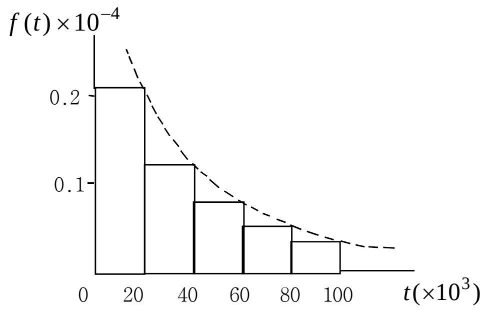
[표 1] 신뢰성척도 $R(t), F(t), f(t)$ 및 $\lambda(t)$의 계산

t	고장개수	$R(t)$	$F(t)$	$f(t)\times10^{-4}$	$\lambda(t)\times10^{-4}$
20,000	19	0.587	0.413	0.207	0.207
40,000	11	0.348	0.652	0.120	0.204
60,000	7	0.196	0.804	0.076	0.219
80,000	5	0.087	0.913	0.055	0.278
100,000	4	0.000	1.000	0.044	0.500

* [표 1]의 데이터를 그림으로 나타내면 $R(t)$는 [그림 1], $f(t)$는 [그림 2]와 같이 되며, 이 차량 드라이브 샤프트의 고장확률밀도함수 $f(t)$와 신뢰도함수 $R(t)$는 지수분포가 됨을 알 수 있다.



[그림 1] $R(t)$ 곡선



[그림 2] $f(t)$ 곡선

◈ 신뢰성 척도의 계산 : 평균순위(average rank)법 ◈

03 샘플수 n=5인 실험에서 다음과 같이 고장이 발생하였다.

[데이터] 25, 100, 40, 75, 15 (단위 : 시간)

t=25에서 평균순위법을 써서 $F(t)$, $R(t)$를 계산하시오.

해설

(1) 평균순위법에 의한 $F(t)$: $F(t_i=25)=\dfrac{i}{n+1}=\dfrac{2}{5+1}=0.333$

(2) 평균순위법에 의한 $R(t)$: $R(t_i=25)=\dfrac{n+1-i}{n+1}=\dfrac{5+1-2}{5+1}=0.667$

[참고] 평균순위(average rank)법에 의한 신뢰성척도의 계산

$$F(t_i)=\frac{i}{n+1}\ ,\ R(t_i)=1-F(t_i)=1-\frac{i}{n+1}=\frac{n+1-i}{n+1}$$

$$f(t_i)=\frac{1}{(n+1)(t_{i+1}-t_i)}\ ,\ \lambda(t)=\frac{f(t_i)}{R(t_i)}=\frac{1}{(n+1-i)(t_{i+1}-t_i)}$$

3.2 신뢰도 함수

01 평균고장률 $\lambda = 0.002$(/시간)인 지수분포에 따르는 기기를 10시간 사용할 경우 이 기기가 고장날 확률을 구하라.

해설

☞ 고장날 확률= $F(t=10) = 1 - R(t=10) = 1 - 0.98 = 0.02$

여기서, 신뢰도함수 $R(t=10) = e^{-\lambda t} = e^{-0.002 \times 10} = e^{-0.02} = 0.98$

02 어떤 부품의 수명이 평균고장률 $\lambda = 0.002$(/시간)인 지수분포를 따르는 신뢰도를 0.95로 유지하기 위한 사용시간을 구하시오.

해설

☞ $R(t) = e^{-\lambda t}$ 에서 $0.95 = e^{-0.002 \times t}$ → $\ln 0.95 = -0.002 \times t$ ∴ $t = 25.6$ (시간)

제2장 고장률과 고장확률밀도함수

1. 고장률, 고장확률밀도함수 및 대응 분포

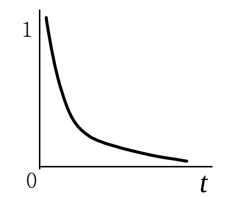
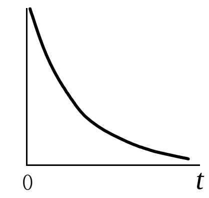
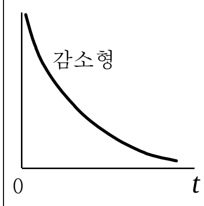
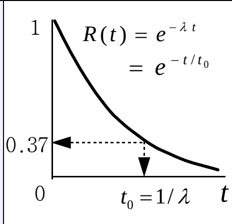
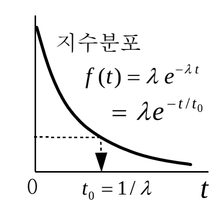
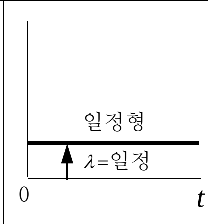
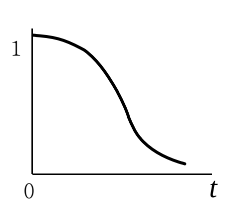
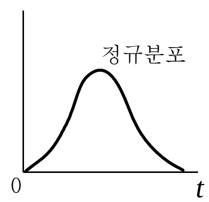
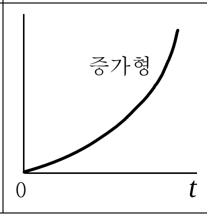
1.1 고장률과 고장확률밀도함수의 종류

* 시간당 어떤 비율로 고장이 발생하고 있는가를 나타내는 고장확률밀도함수 $f(t)$ 의 종류로는 와이블(Weibull)분포, 지수분포, 정규분포의 3가지가 있다.

* 단일부품의 고장확률밀도함수는 대부분의 경우 정규분포가 되며 사용시간이 증가함에 따라 그의 고장률 $\lambda(t)$ 는 증가하게 된다. 그러나 여러 개의 부품이 조합되어 만들어진 기기의 고장확률밀도함수는 지수분포를 따르며, 고장률 $\lambda(t)$ 는 일정하게 된다.

* 한편 와이블분포는 일반적인 수명분포를 나타내는데 편리하게 고안된 것으로서, 형상모수 m 의 값이 1보다 작으면 DFR(감소형 고장률), 형상모수 m 의 값이 1보다 크면 IFR(증가형 고장률), 형상모수 m 의 값이 1이면 CFR(일정형 고장률)에 각각 대응되도록 된 분포이다.

<표 2.1> 고장률의 형과 $f(t)$ 와의 관계

고장률 형태	신뢰도함수 $R(t)$	고장확률 밀도함수 $f(t)$	고장률함수 $\lambda(t)$	와이블 분포의 형상 모수 m	보전 대책
감소형 (DFR)				$m < 1$	예방보전은 하지 않음. 디버깅이 유효
일정형 (CFR)				$m = 1$	예방보전은 효과 없음
증가형 (IFR)				$m > 1$	고장나기 전 예방보전으로 부품교환이 유효

* 위와 같이 고장률함수 $\lambda(t)$ 는 감소형(DFR), 일정형(CFR), 증가형(IFR)의 3종류가 있으며, 고장률의 형(pattern)과 고장확률밀도함수와는 일정한 관계를 가지고 있는데 이들의 관계를 종합하면 <표 2.1>과 같다.

1.2 고장률의 형태별 대응 분포

1.2.1 CFR과 지수분포

* 개개의 부품에 대한 고장시간의 분포(수명분포)는 지수분포에 따른다고 알려져 있다.
Drenick의 정리에 따르면 개개 부품의 수명분포가 지수분포가 아니더라도 시스템의 수명분포는 비교적 넓은 조건 하에서 근사적으로 지수분포가 된다.

* 그리고 고장확률밀도함수 $f(t)$ 가 지수분포에 따르면 고장률함수 $\lambda(t)$ 는 일정형, 즉 CFR이 된다. 고장까지의 시간 분포가 지수분포인 경우의 고장확률밀도함수 $f(t)$ 는 다음 식과 같다.

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \tag{2.1}$$

여기서 λ 는 평균고장률로서 다음 식과 같은 관계가 있다.

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \tag{2.2}$$

* MTBF는 평균고장간격시간(Mean Time Between Failure)으로서, 평균수명이 된다.
평균수명을 θ 로 표시하면 $\theta = MTBF$ 가 되고, 식 (2.1)은 다음 식으로 표시되기도 한다.

$$f(t) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-t/\theta}, \quad t > 0 \tag{2.3}$$

* 지수분포인 경우의 신뢰도함수 $R(t)$, 누적분포함수 $F(t)$, 고장률함수 $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$R(t) = e^{-\lambda t} \tag{2.4}$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{2.5}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = \frac{1}{MTBF} = \frac{1}{\theta} \tag{2.6}$$

* 지수분포의 $f(t), F(t), R(t)$ 의 관계 곡선은 <표 2.1>을 참조하도록 합니다.

1.2.2 IFR과 정규분포

* 계량치의 분포는 정규분포를 한다고 알려져 있다. 따라서 재료의 인장강도와 같이 사용시간 또는 사용회수의 증가에 따라 고장수가 증가하게 되는 부품 또는 시스템의 고장(즉, 증가형 고장률 또는 IFR인 경우의 고장)확률밀도함수도 정규분포를 하게 된다.

* 고장확률밀도함수 $f(t)$가 정규분포를 따르는 경우 고장률함수 $\lambda(t)$는 증가형이 된다.

* 정규분포인 경우의 고장확률밀도함수 $f(t)$와 누적분포함수 $F(t)$ 및 신뢰도함수 $R(t)$는 다음과 같다.

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{t-\mu}{\sigma})^2\right] \tag{2.7}$$

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\int_{-\infty}^{t}\exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{t-\mu}{\sigma})^2\right]dt \tag{2.8}$$

$$\left[\because\ F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt\right]$$

$$R(t) = 1 - F(t)$$

* 또한 $\mu=0, \sigma^2=1$인 표준화 정규분포의 경우 $f(t), F(t), R(t)$는 다음과 같이 되는데, 일반적으로 이것을 많이 사용한다.

$$f(t) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}\cdot z^2\right) \tag{2.9}$$

$$F(t) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^{z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)dt = \int_{-\infty}^{z}\phi(z)dt \tag{2.10}$$

여기서, $z=(t-\mu)/\sigma$는 $t=\mu+z\sigma$로 되고, $\mu=0, \sigma^2=1$이면 $t=z$로 되어 $-\infty$부터 z 까지의 적분으로 된다.

$\phi(z)$는 <부표 19> 정규확률분포표, $\Phi(z)$는 <부표 20> 정규누적확률분포표를 이용하여 구할 수 있다.

* 한편 $F(t)$는 다음 식으로도 표현되어 구해 질 수 있다.

$$F(t) = \Phi(z) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.11}$$

* 그리고 $R(t)$는 다음과 같이 된다.

$$R(t) = 1 - F(t)$$

1.2.3 와이블분포

* 고장확률밀도함수 $f(t)$ 가 지수분포를 따르는 경우 고장률함수 '$\lambda(t) = \lambda =$ 일정'이 되고, 고장확률밀도함수가 정규분포를 따르는 경우 고장률함수 $\lambda(t)$ 는 증가형이 된다.
  즉, 고장확률밀도함수 $f(t)$ 에 따라 고장률함수 $\lambda(t)$ 의 분포가 달라진다.
* 고장률함수 $\lambda(t)$ 의 분포에는 ① 감소형 고장률(DFR : Decreasing Failure Rate), ② 일정형 고장률(CFR : Constant Failure Rate), ③ 증가형 고장률(IFR : Increasing Failure Rate)의 3가지가 있다.
* 따라서 고장률함수의 분포상태에 따라 적절하게 고장확률밀도함수를 표현할 수 있도록 만든 확률분포가 필요한데 이것이 스웨덴의 와이블(Waloddi Weibull)이 고안한 와이블분포이다.
* 와이블분포는 다음 식들과 같이 표현되며, m 은 형상모수(shape parameter), η 는 척도모수(scale parameter), γ 는 위치모수(position parameter)라 부른다.

$$f(t) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^m} \quad (2.13)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^m} \quad (2.14)$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^m} \quad (2.15)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1} \quad (2.16)$$

* 한편 척도모수 η 에 대해 다른 표현방법으로서, $t_0 = \eta^m = 1/\lambda$ 의 관계로부터

$$\eta = (t_0)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (2.17)$$

로 변형되므로 윗 식 (2.13)~(2.16)들은 아래와 같이 변형된 식으로 될 수 있다.

$$f(t) = \frac{m(t-\gamma)^{m-1}}{t_0} \cdot e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}} \quad (2.18)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}} \quad (2.19)$$

$$R(t) = e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}} \quad (2.20)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{m(t-\gamma)^{m-1}}{t_0} \tag{2.21}$$

* 형상모수 m은 분포의 형을 결정하는 모수로서

① m<1이면 고장률함수 $\lambda(t)$는 감소형 고장률(DFR)에 대응한다.

② m=1이면 고장률함수 $\lambda(t)$는 일정형 고장률(CFR)이 되고, 고장확률밀도함수 $f(t)$는 지수분포에 대응한다.

③ m>1이면 고장률함수 $\lambda(t)$는 증가형 고장률(IFR)이 되고, 고장확률밀도함수 $f(t)$는 정규분포(m=3.5일 때)에 대응한다.

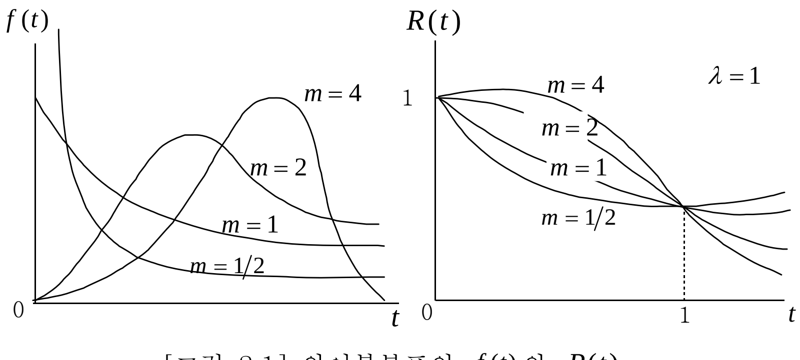
* 한편 $m=1, \gamma=0$이면

$R(t) = e^{-\frac{t}{\eta}}$, $F(t) = 1-e^{-\frac{t}{\eta}}$이고, 사용시간 $t=\eta$이면 m에 관계없이

$$R(t=\eta) = e^{-1} = 0.37,\ F(t=\eta) = 1-e^{-1} = 0.63$$

즉, 사용시간 $t=\eta$만큼 사용되면 37%가 잔존하고, 63%는 이미 한 번 이상 고장을 경험한 것이 된다. 여기서 37%가 잔존하는 시간을 '특성수명'이라 한다.

* 한편 와이블분포의 $f(t)$와 $R(t)$에 대해서 각종의 m의 값에 따라 그래프로 그려보면 다음 [그림 2.1]과 같다.



[그림 2.1] 와이블분포의 $f(t)$와 $R(t)$

* 평균수명 $E(t)$와 평균수명의 분산 $V(t)$에 대해 와이블분포에 의거하여 구하면 다음과 같다.

$$E(t) = \eta \cdot \Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right) \tag{2.22}$$

$$V(t) = \sigma^2 = \eta^2 \cdot \left[\Gamma\left(1+\frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{m}\right)\right] \tag{2.23}$$

* 상기 식들을 $\eta = (t_0)^{1/m} = (1/\lambda)^{1/m}$를 써서 바꾸어 표현하면 다음 식으로 된다.

$$E(t) = (t_0)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (2.24)$$

$$V(t) = (t_0)^{\frac{2}{m}} \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right) \quad (2.25)$$

$$= \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{2}{m}} \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right) \quad (2.26)$$

* 여기서 감마함수의 값 $\Gamma(x)$ 는 <부표 21> 감마함수표를 활용하여 구한다.

1.2.4 대수정규분포

① 고장수명 T 가 대수정규분포를 따르면, $\ln T$ 는 정규분포를 따르게 된다. 즉, 대수정규분포는 $\ln T \sim N(\mu, \sigma^2)$ 일 때 고장수명 T 의 분포를 말한다.

$$f(t) = \left(\frac{1}{\sigma \cdot t}\right) \cdot \phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.27)$$

여기서, $0 < t < \infty,\ -\infty < \mu < \infty,\ \sigma > 0$

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.28)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)}{\sigma \cdot t \left[1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)\right]} \quad (2.29)$$

② 대수정규분포의 성질

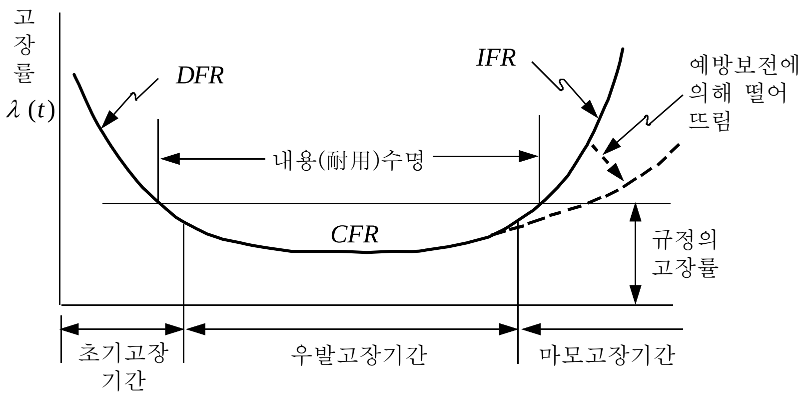
㉮ 평균값이 항상 중앙값보다 크다. ㉯ 시간에 따라 $\lambda(t)$ 가 증가하다가 감소한다.

㉰ 대수변환된 수명은 정규분포를 따른다.

2. 욕조곡선 및 고장률의 패턴별 고장대책

2.1 욕조곡선의 형태

* 여러 가지 부품으로 구성된 제품이나 시스템의 가장 전형적인 고장률 패턴은 [그림 2.2]와 같은 욕조곡선(bath-tub curve)을 따른다.



[그림 2.2] 제품의 전형적 고장률 패턴 (욕조곡선)

* 이 욕조곡선은 고장률의 3가지 기본형인 DFR, CFR, IFR이 혼합되어 그려진다.
  ① 초기고장기간(debugging기간, burn-in기간)은 제품에서 최초의 고장률이 시간적으로 감소하는 DFR의 부분이다.
  ② 우발고장기간에는 고장률은 시간적으로 거의 일정하며 안정되는 CFR의 부분이다.
  이 기간의 길이를 내용수명(longevity)이라 한다.
  내용수명은 $\lambda(t)$가 미리 규정된 고장률의 값보다 낮은 기간에서 정해지는 길이로서, 실제로는 경제적인 면에서 정해진다.
  우발고장기간의 신뢰도 $R(t)$ 는 지수분포에 따른다. 즉, $R(t) = e^{-\lambda t}$이 된다. 여기서 λ는 평균고장률인 상수이다.
  ③ 우측에서 고장률이 증가되는 IFR의 부분을 마모고장기간(또는 노화고장기간)이라 한다.

2.2 고장률의 패턴별 고장대책

* 고장률의 패턴별 고장에 대한 대책으로서는 다음과 같이 행한다.
  ① 초기고장기간의 고장대책으로서는 debugging을 철저히 행한다.
  ② 우발고장기간의 고장대책으로서는 사용 및 보전을 잘 수행하며 극한상황을 고려한 설계, 안전계수를 고려한 설계, degrading 등이 사용된다.
  ③ 마모고장기간의 고장대책으로서는 예방보전에 의해서만 감소시킬 수 있으므로 예방보전을 잘 수행할 필요가 있다.

3. 평균수명과 평균고장률의 계산

3.1 평균수명 $E(t)$

3.1.1 평균수명의 의의

* 평균수명 $E(t) = MTBF$ (Mean Time Between Failure : 평균고장간격시간)
  → 시스템을 수리해 가면서 사용하는 경우에 해당

* 평균수명 $E(t) = MTTF$ (Mean Time To Failure : 고장까지의 평균시간)
  → 시스템을 수리하여 사용할 수 없는 경우에 해당

* 평균수명 $E(t)$ 의 계산

$$E(t) = \int_0^t t \cdot f(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt \tag{2.30}$$

3.1.2 고장확률밀도함수 $f(t)$가 지수분포인 경우

$$E(t) = \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty e^{-\lambda t}dt = \frac{1}{\lambda} \tag{2.31}$$

$$V(t) = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2.32}$$

$$MTBF(\text{or } MTTF) = t_0 = \frac{1}{\lambda} \tag{2.33}$$

* 특성수명인 $t = t_0$ ($MTBF$ or $MTTF$)에서는 $R(t) = e^{-1} \approx 0.368$

* MTBF를 실측 데이터로부터 구할 때

$$\hat{\theta} = MTBF = \frac{T}{r} = \frac{1}{\lambda} \tag{2.34}$$

여기서, T : 총동작시간, r : 고장회수

3.1.3 고장확률밀도함수 $f(t)$가 정규분포인 경우

$$E(t) = \mu = \frac{\sum (t_i \cdot r_i)}{\sum r_i} \tag{2.35}$$

여기서, t_i : i 번째 고장체크시간, r_i : t_i 까지의 구간고장개수

$$V(t) = \sigma^2 \tag{2.36}$$

여기서, $\sigma = \sqrt{\dfrac{(\sum r_i)(\sum t_i{}^2 r_i) - (\sum t_i r_i)^2}{\sum r_i (\sum r_i - 1)}}$

$V(t)$: 평균수명의 분산

3.1.4 고장확률밀도함수 $f(t)$가 와이블분포(대부분 위치모수 $\gamma = 0$)인 경우

* 이 경우에는 $R(t) = \exp\left(-(t/\eta)^m\right)$이 되므로, 감마함수표를 이용한다.

$$E(t) = \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) = \hat{\mu} \tag{2.37}$$

$$V(t) = \eta^2 \cdot \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right] = \hat{\sigma}^2 \tag{2.38}$$

3.2 평균고장률 λ

3.2.1 고장확률밀도함수 $f(t)$가 지수분포인 경우

* 평균고장률 λ와 평균수명 $E(t)$는 역수관계이다.

$$E(t) = MTBF \text{ 또는 } MTTF \tag{2.39}$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} = \frac{1}{T/r} = \frac{r}{T} \tag{2.40}$$

여기서, λ : 평균고장률, r : 대상기간 중 총고장횟수, T : 총동작시간

3.2.2 고장확률밀도함수 $f(t)$가 정규분포나 와이블분포에 따르는 경우

$$\text{누적고장률 } H(t) = \int_0^t \lambda(t)dt = -\ln R(t) \tag{2.41}$$

* 시간 t_1과 t_2간의 구간고장률 $FR(t_1, t_2)$은

$$FR(t_1, t_2) = H(t_2) - H(t_1) = -\ln R(t_2) + \ln R(t_1) \tag{2.42}$$

여기서, $H(t_1) = -\ln R(t_1)$, $H(t_2) = -\ln R(t_2)$

* 시간 t_1과 t_2간의 구간평균고장률 AFR(Average Failure Rate)은

$$AFR(t_1, t_2) = \frac{\ln R(t_1) - \ln R(t_2)}{t_2 - t_1} \tag{2.43}$$

여기서, $f(t)$가 $\gamma = 0$인 와이블분포에 따르면

$$AFR(t_1, t_2) = \frac{(t_2 / \eta)^m - (t_1 / \eta)^m}{t_2 - t_1} \tag{2.44}$$

여기서, $H(t_2) = -\ln R(t_2) = (t_2 / \eta)^m$, $H(t_1) = -\ln R(t_1) = (t_1 / \eta)^m$

* 사용초기인 t =0에서부터 T 시간까지 총평균고장률 $AFR(T)$ 은

$$AFR(T) = \frac{\ln R(t)}{T} \tag{2.45}$$

4. 품질경영기사 실기 [기출유사 엄선문제]

4.1 고장률과 고장확률밀도함수

◈ 고장률의 형태별 대응 분포 : CFR과 지수분포 ◈

01 고장률이 일정하다고 생각되는 시스템의 고장시간간격을 측정한 결과 다음과 같았다.

1,670	50	3,400	790	630	2,300	(단위 : 시간)

고장률 λ 와 $MTBF$ 를 추정하시오.

해설

☞ 고장률이 일정하므로 지수분포를 따르며

$$\lambda = \frac{r}{T} = \frac{6}{1{,}670+50+3{,}400+790+630+2{,}300} = \frac{6}{8{,}840} = 6.79\times10^{-4}\,(\text{/시간})$$

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{8{,}840}{6} \approx 1{,}473\,(\text{시간})$$

02 평균고장간격시간($MTBF$) 6,000시간을 갖는 기구가 360시간에서의 신뢰도는 얼마인가를 구하라. 이 분포는 지수분포를 한다.

해설

☞ 지수분포의 경우 $\lambda = 1/MTBF$ 의 관계이므로

신뢰도 $$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{MTBF}} = e^{-\frac{360}{6{,}000}} = e^{-0.06} = 0.942$$

따라서 t =360시간에서 신뢰도는 94.2%가 된다.

03 수명분포가 지수분포에 따르고 있는 기기의 월간 연사용시간은 100시간이다. 이 기기의 월고장을 10%이내로 억제하기 위해서는 평균수명이 얼마가 되도록 설계해야 되는가?

해설

☞ 고장확률 $F(t=100) \le 0.1$ 이기 때문에 평균수명을 θ 라 하면 $R(t=100) = e^{-100/\theta} \ge 0.9$ 가 된다. 따라서 윗 식의 양변에 자연대수를 취하면 다음과 같다.

$$-\frac{100}{\theta} \ge \ln 0.9(=-0.105)\ \text{로부터}\ \ 0.105 \ge \frac{100}{\theta} \ \rightarrow\ \theta \ge \frac{100}{0.105} = 952.4\,(\text{시간})$$

04 어떤 스쿠버 장비의 사용제한시간은 평균수명 200시간이며 지수분포를 따른다고 알려져 있다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 100시간 사용시 이 장비의 신뢰도를 구하시오.

(2) 100시간을 사용한 장비가 고장이 발생하지 않았다면, 앞으로 50시간을 더 사용할 경우 장비의 신뢰도를 구하시오.

(3) 이 장비는 예방보전을 필요로 하는지 예를 들어 설명하시오.

해설

(1) $R(t=100) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{MTBF}} = e^{-\frac{100}{200}} = 0.6065$

(2) 100시간 무고장 사용후 50시간을 더 고장없이 사용하는 조건에서의 신뢰도는

$$R(150/100) = \frac{P_r(\theta \ge 150)}{P_r(\theta \ge 100)} = \frac{e^{-150/200}}{e^{-100/200}} = \frac{0.4724}{0.6065} = 0.7789$$

(3) 이 제품은 지수분포를 따르는 우발고장기의 제품이므로 예방보전은 의미가 없다. 장비의 신뢰도를 높이려면 평균수명을 늘리는 것이 중요하다. 우발고장기간의 보전방식으로는 설비상태보전(CBM)이 유효하다.

05 동작시간 10,000시간에 5회의 고장이 발생하였다. 500시간에 대한 신뢰도를 추정하시오 (단, 고장률은 일정하다.)

해설

☞ 고장률이 일정하므로 수명분포는 지수분포를 따른다.

$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-(5\times10^{-4})\times500} = 0.7788$$

여기서, $MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{r} = \frac{10,000}{5} = 2,000 \rightarrow \lambda = 5\times10^{-4}$ (/시간)

06 어떤 레이더의 수상관의 수명은 지수분포를 따르며, 평균수명은 200전투시간이라 한다.

(1) 50시간이 걸리는 전투업무를 고장없이 수행할 신뢰도는?

(2) 이 수상관은 이미 200전투시간을 사용했지만 아직도 작동하는 중고품이라 한다. 이 장비가 50시간이 걸리는 전투업무에 투입되었을 때 고장없이 업무를 수행할 신뢰도는?

(3) 이 수상관의 신뢰도를 높여주기 위해 예방정비의 일환으로 부품교환을 해줄 필요가 있는가?

해설

☞ 고장시간이 지수분포를 따를 때의 신뢰도, 조건부 신뢰도

(1) $R(t=50) = e^{-\lambda t} = e^{-(1/200)\times50} = 0.7788$ (단, $MTBF = \frac{1}{\lambda} = 200$ 에서 $\lambda = \frac{1}{200}$)

(2) $R(250/200) = \frac{P_r(\theta \ge 250)}{P_r(\theta \ge 200)} = \frac{e^{-(1/200)\times250}}{e^{-(1/200)\times200}} = \frac{0.2865}{0.3679} = 0.7787\ (77.87\%)$

(3) 지수분포를 따르는 기간, 즉 우발고장기간에는 예방보전이 고장률감소를 위한 효과적인 방법이라고 할 수 없으므로 부품교환을 해 줄 필요가 없고, 설비상태보전(CBM)인 예지보전이 효과적이다.

07 어떤 기기의 연속가동시간을 320시간으로 하고 싶다. 시험방침을 "연속가동시간의 고장률을 10% 이내로 한다."고 할 때 이 방침을 고려하여 $MTBF$를 구하라.

해설 2015(기사2회차) 등 총2회

☞ $R(t) = 1 - F(t) \ge 1 - 0.1 = 0.9$ 이므로 $R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\lambda\times320} \ge 0.9$

$$-\lambda\times320 \ge \ln 0.9 = -0.1054 \rightarrow \lambda \le 0.1054/320 = 3.29\times10^{-4}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{1}{MTBF} \le 3.29\times10^{-4} \rightarrow MTBF \ge 3,039.51 \text{ (시간)}$$

◈ 고장률의 형태별 대응 분포 : IFR과 정규분포 ◈

08 어떤 부품의 고장시간의 분포가 μ=20,000사이클, σ=2,000사이클인 정규분포를 한다면 t=19,000사이클일 때의 신뢰도 $R(t)$ 와 순간고장률 $\lambda(t)$는 얼마인가? (단, 정규확률분포표와 정규누적확률분포표는 주어짐.)

해설

☞ $R(t)$ 와 $F(t)$ 의 관계 및 신뢰도 $R(t)$ 는 $R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Phi(z)$ 와 같다.

여기에서, z 는 $z = \dfrac{t-\mu}{\sigma} = \dfrac{19{,}000 - 20{,}000}{2{,}000} = -0.5$

$\Phi(z) = \Phi(-0.5)$ 이고, 정규확률분포표와 정규누적확률분포표에 의거하면

$\phi(-0.5) = 0.3521$, $\Phi(-0.5) = 0.3085$ 가 된다.

따라서 t=19,000사이클일 때의 신뢰도와 순간고장률은 다음과 같다.

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Phi(z) = 1 - 0.3085 = 0.6915$$

가 되고, 순간고장률 $\lambda(t)$는 다음 식으로 구해 질 수 있다.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\phi(z)}{\sigma \cdot R(t)}$$

그런데 이 경우는 σ 값이 1이 아닌 σ=2,000이므로 $f(t) = \phi(z)/\sigma$ 의 관계에서 σ 값을 사용한 $f(t)$ 값을 구해야 한다.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\phi(z)}{\sigma \cdot R(t)} = \frac{0.3521}{2{,}000 \times 0.6915} = 0.000254 \text{ (/사이클)}$$

09 어떤 기계부품이 수명은 μ=200시간, σ=10시간인 정규분포를 따르고 있다. 이 부품을 180시간 사용하였을 때의 신뢰도를 구하라. (단, 정규누적확률분포표는 주어짐.)

해설

☞ $R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Phi(z)$ 이므로

$$R(t) = 1 - \Phi(z) = 1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{180-200}{10}\right) = 1 - \Phi(-2.00) = 1 - 0.02275 = 0.97725$$

여기서, $\Phi(-2.00)$ 은 <부표 20> 정규누적확률분포표로부터 $\Phi(2.00) = 0.97725$ 이므로

$$\Phi(-2.00) = 1 - 0.97725 = 0.02275$$

10 100V짜리 백열전구의 수명분포는 μ=150시간, σ=75시간인 정규분포에 따른다고 하자. 다음 물음에 답하시오.

(1) 새로 교환한 전구를 75시간 사용하였을 때 신뢰도를 구하시오.

(2) 이미 150시간 사용한 전구를 앞으로 75시간 이상 사용할 수 있을 확률은?

해설

☞ 일정시간까지 사용된 것 중 다음 시간까지의 사용확률은 생존개수를 기준으로 계산하므로 조건부 확률이 적용된다. 조건부확률은 $R(t_1 / t_0) = \dfrac{P_r(t \geq t_1)}{P_r(t \geq t_0)}$ 로 구한다.

(1) $R(t=75) = P_r(t \geq 75) = P_r\left(\dfrac{t-\mu}{\sigma} \geq \dfrac{75-\mu}{\sigma}\right) = P_r\left(U \geq \dfrac{75-150}{75}\right) = P_r(U \geq -1) = 0.8413$

(2) $R[(t=225)/(t=150)] = \dfrac{P_r(t \geq 225)}{P_r(t \geq 150)} = \dfrac{P_r\left(U \geq \dfrac{225-150}{75}\right)}{P_r\left(U \geq \dfrac{150-150}{75}\right)} = \dfrac{P_r(U \geq 1)}{P_r(U \geq 0)} = 0.3174$

11 어떤 부품의 수명은 μ=124시간, σ=8시간인 정규분포에 따르고 있다. 이 부품을 100시간 사용하였을 때의 신뢰도를 구하시오. (단, 정규누적확률분포표는 주어짐.)

해설

☞ $R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Phi(z) = 1 - \Phi\left(\dfrac{t-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\dfrac{100-124}{8}\right)$

$= 1 - \Phi(-3) = 1 - [1 - \Phi(3)] = \Phi(3) = 0.99865$

여기서, $\Phi(z)$ 값은 정규누적확률분포표를 활용하며, $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ 의 관계이며,

z 의 값에 따른 $\Phi(z)$ 의 값이 주어짐.

12 100V짜리 백열전구의 수명분포는 μ=100시간, σ=50시간인 정규분포에 따른다고 하자. 다음 물음에 답하시오.

(1) 새로 교환한 전구를 50시간 사용하였을 때 신뢰도를 구하시오

(2) 이미 100시간 사용한 전구를 앞으로 50시간 이상 사용할 수 있을 확률은?

해설

(1) $R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Phi(z) = 1 - \Phi\left(\dfrac{t-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\dfrac{50-100}{50}\right) = 1 - \Phi(-1.0) = 1 - [1 - \Phi(1.0)]$

$= \Phi(1.0) = 0.84134$

(2) $R(150/100) = \dfrac{P_r(T \geq 150)}{P_r(T \geq 100)} = \dfrac{P_r\left(\dfrac{T-\mu}{\sigma} \geq \dfrac{150-100}{50}\right)}{P_r\left(\dfrac{T-\mu}{\sigma} \geq \dfrac{100-100}{50}\right)} = \dfrac{P_r(U \geq 1.0)}{P_r(U \geq 0)} = \dfrac{0.1587}{0.5} = 0.3174 \ (31.74\%)$

◈ 고장률의 형태별 대응 분포 : 와이블분포 ◈

13 어떤 자동차부품의 수명분포는 m=2, t_0=250×10⁸(km), γ=0인 와이블분포에 따르고 있다. 이 부품의 80,000(km) 주행시 생존할 확률을 구하라.

해설

☞ 생존확률은 신뢰도이므로 와이블분포를 활용하여 $R(t = 80{,}000)$을 구하면(단, $\gamma = 0$ 임)

$R(t=80{,}000) = e^{-\frac{t^m}{t_0}} = e^{-\frac{(80{,}000)^2}{250\times10^8}} = e^{-0.256} = 0.774$, 즉 77.4(%)가 생존한다.

14 절삭기 기계에 들어가는 피니언 기어 부품의 고장시간의 분포가 형상모수 m=4, 척도모수 η=1,500, 위치모수 γ=1,000의 와이블분포를 따를 때 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 사용시간 t=1,500에서의 신뢰도를 구하시오.

(2) 사용시간 t=1,500에서의 고장률을 구하시오.

해설

(1) $R(t=1{,}500) = \exp\left(-\frac{(t-\gamma)^m}{\eta}\right) = \exp\left(-\frac{(1{,}500-1{,}000)^4}{1{,}500}\right) = 0.9877$

(2) $\lambda(t=1{,}500) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1} = \frac{4}{1{,}500}\left(\frac{1{,}500-1{,}000}{1{,}500}\right)^{4-1} = 9.8765\times10^{-5}$ (/시간)

15 절삭기 기계에 들어가는 피니언 기어 부품의 고장시간의 분포가 형상모수 m=3, 척도모수 η=1,000, 위치모수 γ=0의 와이블 분포를 따를 때 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 사용시간 t=500에서의 신뢰도를 구하시오.

(2) 사용시간 t=500에서의 고장률을 구하시오. (3) 신뢰도 0.90인 사용시간 t를 구하시오.

해설

(1) 사용시간 t=500에서의 신뢰도

$$R(t=500) = \exp\left\{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^m\right\} = \exp\left\{-\left(\frac{500-0}{1{,}000}\right)^3\right\} = 0.8825\ (88.25\%)$$

(2) 사용시간 t=500에서의 고장률

$$\lambda(t=500) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1} = \frac{3}{1{,}000}\left(\frac{500-0}{1{,}000}\right)^{3-1} = 7.5\times10^{-4}\ (/\text{시간})$$

(3) 신뢰도 0.90인 사용시간 t

$$R(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^m\right\} = 0.90$$

윗 식에서 양변에 자연로그 ln 을 취하면 $\ln 0.90 = -\left(\frac{t-0}{1{,}000}\right)^3$ 이 되므로, 이를 정리하면

t=47231시간이다

◈ 고장률의 형태별 대응 분포 : 대수정규분포 ◈

16 어떤 부품의 수명은 평균치 7시간, 표준편차 1.2시간인 대수정규분포에 따른다고 하자. 이 부품이 1,200시간 동안 고장이 나지 않을 확률은?

해설

☞ 대수정규분포를 이용한 신뢰도 계산

$Y=\ln T \sim N(7,\ 1.2^2)$ 이므로

$$R(t)=P_r(Y\ge \ln t)=P_r\left(\frac{Y-\mu}{\sigma}\ge\frac{\ln 1{,}200-7}{1.2}\right)=P_r(U\ge 0.08)=1-P_r(U<0.08)=1-0.5319=0.4681$$

[참고] 고장수명 T 가 대수정규분포를 따르면, $\ln T$ 는 정규분포를 따른다.

4.2 욕조곡선 및 고장률의 패턴별 고장대책

01 시스템의 고장률은 시간이 경과함에 따라, 욕조곡선의 고장률 패턴인 감소형, 일정형, 증가형을 따르게 되는데, 다음 항목들은 시스템의 고장발생의 원인이 되는 것을 열거한 것이다.
이 항목들이 따르는 고장률의 패턴을 기입하시오.
(1) 부적절한 설치, (2) 부적절한 품질관리, (3) 높은 스트레스, (4) 부적절한 오버홀, (5) 탐지되지 않는 고장, (6) 불충분한 정비

해설

(1) 감소형, (나) 감소형, (3) 일정형, (4) 증가형, (5) 일정형, (바) 증가형

4.3 평균수명과 평균고장률의 계산

◈ 평균수명 $E(t)$: 고장확률밀도함수 $f(t)$ 가 와이블분포인 경우 ◈

01 100개의 샘플에 대한 수명시험을 500시간 실시한 후 와이블확률지를 이용하여 형상모수 0.7, 척도모수 8,667, 위치모수 0으로 추정되었다. $\Gamma(1.42)$=0.8864, $\Gamma(1.43)$=0.8860일 때 다음 물음에 답하시오.
(1) 평균수명을 추정하시오. (2) 고장확률밀도함수를 계산하시오.

해설

☞ 와이블분포에서 m=0.7, η=8,667, γ=0이므로

(1) 평균수명을 추정

$$E(t)=\eta\cdot\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)=8{,}667\Gamma(2.43)=8{,}667\Gamma(1+1.43)=8{,}667\times1.43\Gamma(1.43)$$

$$=8{,}667\times1.43\times0.8860=10{,}980.92\ (\text{시간})$$

[참고] $\Gamma(1+n)=n\cdot\Gamma(n)$

(2) 고장확률밀도함수 계산

$$f(t=500)=\frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1}\cdot\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m}\right]=\frac{0.7}{8{,}667}\left(\frac{500-0}{8{,}667}\right)^{0.7-1}\cdot\exp\left[-\left(\frac{500-0}{8{,}667}\right)^{0.7}\right]$$

$$=1.9006\times10^{-4}\times0.87305=1.65935\times10^{-4}\ (/\text{시간})$$

02 100개의 시료에 대해 수명시험을 500시간 실시하였더니 표와 같이 12개가 고장이 났다.

고장순번(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
고장시간(t_i)	6	21	50	84	95	130	205	260	270	370	440	480

그리고 와이블확률지에 의거 와이블분포의 모수를 추정하였더니 m =0.7, η =8,667, γ =0이었다. 이 시료의 평균수명을 구하고, 평균고장률을 구하라. (단, 감마함수표는 주어짐.)

해설

☞ m =0.7, η =8,667, γ =0이므로 와이블분포인 경우 평균수명과 평균고장률은

$$E(t) = \eta \cdot \Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right) = \eta \cdot \Gamma\left(1+\frac{1}{0.7}\right) = \eta \cdot \Gamma(2.429) = 8{,}667 \times 1.266 = 10{,}972 \text{ (시간)}$$

여기서, 감마함수의 값은 감마함수표를 활용하여 구함.

$$AFR(0,\ 10{,}972) = \frac{(t_2/\eta)^m - (t_1/\eta)^m}{t_2 - t_1} = \frac{(10{,}972/8{,}667)^{0.7}}{10{,}972} = \frac{1.1795}{10{,}972} = 1.075 \times 10^{-4} \text{ (/시간)}$$

◈ 평균고장률 λ : 고장확률밀도함수 $f(t)$ 가 지수분포인 경우 ◈

03 T사에 설치된 형광등의 평균수명은 300시간으로 알려져 있다. 이 회사에 형광등이 600개 설치되었다면 평균고장개수는 얼마인가?

해설

☞ 고장개수는 600개 중 시간당 발생하는 고장개수를 의미한다.

따라서 600개에 고장률을 곱하면 $n\lambda = n \times \frac{1}{\hat{\theta}} = 600 \times \frac{1}{300} = 2$ (개/시간)

◈ 평균고장률 λ : $f(t)$ 가 정규분포나 와이블분포에 따르는 경우 ◈

04 형상모수 m =0.7이고, 척도모수 η =8,667시간, 위치모수 γ =0인 와이블분포를 따르는 제품을 10,000시간 사용할 때 평균고장률은 얼마인가?

해설

☞ 와이블분포를 이용한 평균고장률 계산

$$AFR(t_1 = 0,\ t_2 = 10{,}000) = \frac{\left(\frac{t_2}{\eta}\right)^m - \left(\frac{t_1}{\eta}\right)^m}{t_2 - t_1} = \frac{\left(\frac{10{,}000}{8{,}667}\right)^{0.7} - \left(\frac{0}{8{,}667}\right)^{0.7}}{10{,}000} = 1.1 \times 10^{-4} (/\text{시간})$$

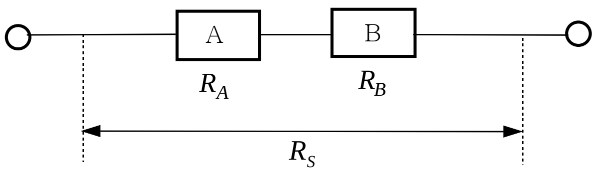
제4장 시스템의 신뢰도

1. 시스템 신뢰도의 개요

* 일반적으로 소자(素子)나 부품이 결합되어 조립품(보조기계)가 되고, 보조기계가 결합되어 컴포넌트(단위설비)가 된다. 그리고 컴포넌트들이 모여 서브시스템(단위공정)이 되며, 이들 서브시스템이 모여 시스템(공정)이 되는 것이다.
* 신뢰성은 개개의 소자나 부품에 대해서도 중요하나 이들이 결합된 조립품이나 컴포넌트, 나아가 서브시스템·시스템의 신뢰성은 더욱 중요하다.
  그러므로 소자나 부품의 신뢰성이 이들의 조합으로 구성된 상위 레벨인 시스템의 신뢰성에 어떠한 관계를 가지는가를 알아 둘 필요가 있다.
* 시스템을 구성하고 있는 여러 개의 소자나 부품의 결합방법은 크게 직렬결합모델과 병렬결합모델로 나누어지나 특수한 결합모델도 있다.

2. 직렬결합모델의 신뢰도

* 조립품이나 컴포넌트·시스템 등을 구성하고 있는 여러 개의 소자나 부품 중 어느 하나라도 고장이 나게 되면 시스템 전체가 기능을 상실하게 되도록 소자나 부품이 결합된 것을 직렬결합모델이라고 한다.
* [그림 4.1]과 같이 A, B 2개의 부품이 직렬결합모델로 되어 있으면 이 기기가 제대로 기능을 발휘하기 위해서는 A와 B 2개의 부품이 모두 정상작동하여야 한다.



[그림 4.1] 직렬결합모델

* 직렬결합모델의 전체 시스템이 작동하는 전체 신뢰도 R_S는 다음과 같다.

$$R_S = P_r(A\ \ AND\ \ B) = P_r(A \cap B)$$

* 만일 A, B가 서로 독립사상이면

$$R_S = P_r(A) \cdot P_r(B) = R_A \cdot R_B \qquad (4.1)$$

여기서, $P_r(A)$는 부품 A의 신뢰도 R_A, $P_r(B)$는 부품 B의 신뢰도 R_B를 의미한다.

일반적으로 n개 부품이 직렬결합시의 시스템의 신뢰도 R_S는 다음 식과 같이 된다.

$$R_S = R_1 \cdot R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)t} \qquad (4.2)$$

* 그리고 각 부품의 고장밀도함수가 지수분포에 따르는 경우

$$R_S = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)t} = e^{-\lambda_S \cdot t}$$

의 관계에서 전체의 고장률 λ_S는 다음의 식으로 구해진다.

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n \qquad (4.3)$$

* 한편 시스템의 신뢰성을 구할 때 중요한 것은 t 시간 후의 잔존확률인 신뢰성 $R(t)$ 로서, 다음의 근사식에 의해 $R(t)$ 의 값을 구하면 편리하다.

$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{MTBF}} \fallingdotseq 1 - \frac{t}{MTBF} \qquad (4.4)$$

여기서, t =사용시간, λ =1/ $MTBF$

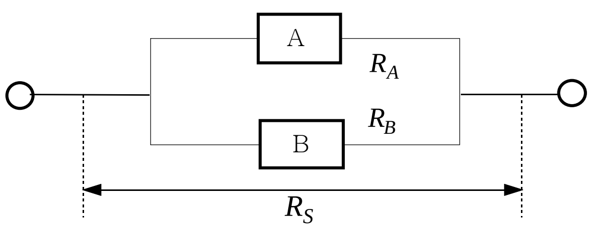
* 또한 고장률 λ_i 인 부품이 여러 개 직렬연결된 시스템의 $MTBF$ 는 다음과 같이 구한다.

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} \qquad (4.5)$$

여기서, $\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$

3. 병렬결합모델의 신뢰도

* [그림 4.2]는 부품을 여분으로 한 개 더 부가시켜서 부품 2개 중 어느 한 개만 작동하면 전체가 기능을 발휘할 수 있도록 결합한 것이다.
* 이와 같은 설계를 병렬설계라 하며, 용장(冗長)설계, redundancy설계, 여유설계 등으로도 불린다.
  병렬설계를 하면 전체의 신뢰도를 크게 증대시킬 수 있다.



[그림 4.2] 병렬결합모델

* 병렬결합모델의 전체 시스템이 작동하는 전체 신뢰도 R_S 는 다음과 같다.

$$R_S = P_r(A \;\; OR \;\; B) = P_r(A \cup B)$$

$$= P_r(A) + P_r(B) - P_r(A) \cdot P_r(B)$$

$$= R_A + R_B - R_A \cdot R_B \qquad (4.6)$$

* 또한 $R(t)+F(t)=1$의 관계에서 다음 식으로 될 수 있다.

$$R_S = (1-F_A)+(1-F_B)-(1-F_A)(1-F_B)$$
$$= 1-F_A F_B = 1-(1-R_A)(1-R_B) \tag{4.7}$$

* 일반적으로 n개의 부품이 병렬결합시 시스템 전체의 신뢰도 R_S는 다음과 같다.

$$R_S = 1-\prod_{i=1}^{n} F_i = 1-\prod_{i=1}^{n}(1-R_i) \tag{4.8}$$

* 병렬결합모델의 시스템 $MTBF$는 식 (4.6)에서

$$R(t) = e^{-\lambda t},\ R_1(t) = e^{-\lambda_1 t},\ R_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$$

의 지수분포를 따를 때, 이것으로 대치하고 양변을 적분하여 $MTBF$를 구한다.

$$\int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty R_1(t)dt + \int_0^\infty R_2(t)dt - \int_0^\infty R_1(t)R_2(t)dt$$

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}dt$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$$

* 이에 의거 병렬결합시스템의 $MTBF_S$는 다음과 같이 구한다.

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2} \tag{4.9}$$

* 상기 식에서 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$라면 $MTBF_S$는 다음과 같이 주어진다.

$$MTBF_S = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0} \tag{4.10}$$

* 일반적으로 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda_0$인 n개 구성부품의 병렬결합시스템의 $MTBF_S$는 다음 식으로 구해진다.

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{2\lambda_0} + \cdots + \frac{1}{n\lambda_0} \tag{4.11}$$

* 또는 평균수명 $\theta_0 = 1/\lambda_0$이라면 시스템의 $MTBF_S$는 다음과 같다.

$$MTBF_S = \sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_0}{i} \tag{4.12}$$

* 그리고 시스템의 고장률 λ_S는 다음 식으로 구해진다.

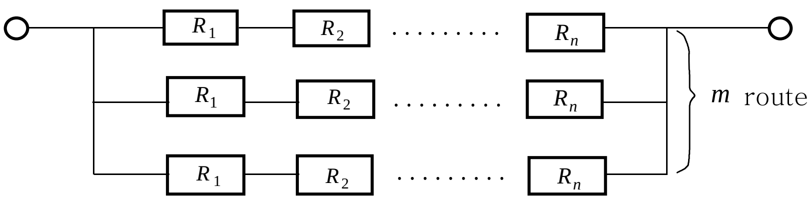
$$\lambda_S = \frac{1}{MTBF_S} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{2\lambda_0} + \cdots + \frac{1}{n\lambda_0}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_0}{i}} \tag{4.13}$$

여기서, $\theta_0 = 1/\lambda_0$인 경우이다.

4. 특수결합모델의 시스템 신뢰도

4.1 m route 시스템 신뢰도

* 병렬결합모델의 특수한 경우로서 m route 시스템 신뢰도는 다음 그림과 같은 구조로 된다.



[그림 4.3] m route의 서브시스템 결합

* 직렬인 경우의 서브시스템으로서 신뢰성은 다음과 같다.

$$R_{SS} = R_1 \cdot R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i \tag{4.14}$$

* 병렬인 경우의 m route에서의 신뢰성은 다음과 같다.

$$R_S = 1 - (1 - R_{SS})^m = 1 - (1 - \prod_{i=1}^{n} R_i)^m \tag{4.15}$$

여기서, $R_1 = R_2 = \cdots = R_n = R$ 일 경우에는 다음 식으로 된다.

$$R_S = 1 - (1 - R^n)^m \tag{4.16}$$

4.2 n 중 k (k out of n) 시스템 신뢰도

* n개 중 k개만 작동하면($1 \le k \le n$) 시스템이 작동하는 경우 각 구성품의 신뢰도를 R 이라 하면 시스템의 신뢰도 R_S 는 다음과 같다.

$$R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1 - R)^{n-i} \tag{4.17}$$

* 만일 $R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/\theta}$ 의 지수분포에 따른다면 시스템의 $MTBF_S$ 는 다음과 같이 된다.

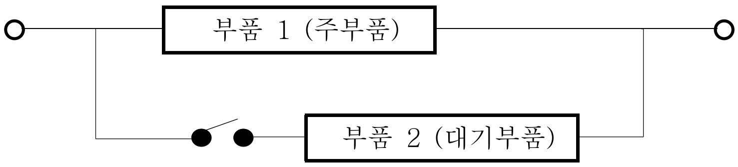
$$MTBF_S (= \theta_S) = \sum_{i=k}^{n} \frac{\theta_0}{i} = MTBF_0 \left(\frac{1}{k} + \cdots + \frac{1}{n} \right) \tag{4.18}$$

4.3 대기결합모델의 시스템 신뢰도

4.3.1 대기결합모델의 의의

* 여분의 부품이 처음부터 병렬로 연결되어 있지 않고 처음에는 주부품이 그의 기능을 수행하다가 이것이 고장나면 여분의 부품인 대기부품이 그의 기능을 이어받아 계속 수행하도록 결합되어 있는 것을 말한다.

* 그리고 대기결합구조로 시스템을 구성하면 신뢰도가 증가하게 되는 성질을 대기리던던시(stand-by redundancy)라고 한다.



[그림 4.4] 대기결합구조

4.3.2 대기결합모델의 시스템 신뢰도

① 주부품인 부품 1의 신뢰도 R_1 과 대기부품인 부품 2의 신뢰도 R_2 가 각각 평균고장률이 λ_1 과 λ_2 인 지수분포에 따르고, 이 시스템의 임무기간(mission time)이 T 라 할 때

$$R_S = e^{-\lambda_1 T} + \int_0^T \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 (T-t)} dt = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}[\lambda_1 e^{-\lambda_2 T} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T}] \quad (4.19)$$

② $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 인 경우에는 주부품 한 개일 경우보다 $MTBF_S$ 는 2배, 신뢰도 R_S 는 (1+ λT)배가 증가한다. 즉,

㉮ $$R_S = e^{-\lambda T} + \int_0^T \lambda e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda (T-t)} dt = e^{-\lambda T}(1 + \lambda T) \quad (4.20)$$

㉯ 전환스위치 신뢰도 R_{SW} 를 고려할 경우 $R_S = e^{-\lambda T}(1 + R_{SW} \cdot \lambda T)$ (4.21)

㉰ $$MTBF_S = \int_0^T e^{-\lambda T}(1 + \lambda T) dt = \frac{2}{\lambda} \quad (4.22)$$

③ 일반적으로 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda$ 인 n 개의 부품이 대기결합구조로 구성된 경우

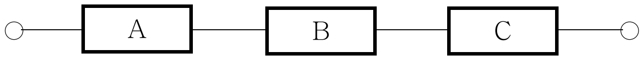
$$R_S = e^{-\lambda t}\left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \cdots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] \quad (4.23)$$

$$MTBF_S = \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + \cdots\right)_{n개} = \frac{n}{\lambda} \quad (4.24)$$

5. 품질경영기사 실기 [기출유사 엄선문제]

5.1 직렬결합모델의 신뢰도

01 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 200시간 사용하였을 경우 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가? (단, 부품의 고장은 상호 독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.)



λ_A =0.001/(시간), λ_B =0.002(/시간), λ_C =0.003(/시간)

해설

☞ 직렬시스템에서 고장률, 신뢰도

$$\lambda_S = \sum \lambda_i = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 0.001 + 0.002 + 0.003 = 0.006\ (\text{/시간})\text{이므로}$$

$$R_S(t) = e^{-\lambda_s t} = e^{-0.006 \times 200} = 0.3012$$

02 각 부품의 평균고장률이 0.002(/시간)인 부품 7개가 동시에 모두 작동해야만 기능을 발휘하는 기기가 있다. 이 기기의 평균수명을 구하라.

해설

☞ 기기의 평균수명 $MTBF_S$ (혹은 θ_S)는 $MTBF_S = \dfrac{1}{\lambda_S} = \dfrac{1}{0.014} = 71.4$ (시간)

여기서, 부품 7개의 직렬결합모델이므로 기기 전체의 평균고장률 λ 는

$$\lambda_S = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_7 = 7 \times 0.002 = 0.014\ (\text{/시간})$$

03 어떤 전자회로는 5개의 정류기, 4개의 트랜지스터, 20개의 저항, 10개의 축전지가 직렬로 연결되어 구성되어 있고, 배선과 납땜은 고장나지 않는다고 한다. 이러한 부품들은 정상운용 상태에서 다음과 같은 고장률을 갖는다. 물음에 답하시오.
(단, 부품의 고장률은 상호독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.)

매 정류기 : λ_D : 5.0×10^{-6}(/시간)	매 트랜지스터 : λ_T : 1.0×10^{-5}(/시간)
매 저항 λ_R : 1.0×10^{-5}(/시간)	매 축전지 λ_C : 4.0×10^{-5}(/시간)

(1) 이 회로를 200시간 사용하였을 때의 신뢰도를 구하시오.
(2) 이 회로의 평균수명을 구하시오.

해설

☞ 직렬시스템의 신뢰도, 평균수명

(1) 200시간 사용하였을 때의 신뢰도

$$R_S(t) = e^{-\lambda_s t} = \exp[-(4.85 \times 10^{-4}) \times 200] = 0.9076$$

여기서, $\lambda_S = \sum (n_i \lambda_i) = 5 \times \lambda_D + 4 \times \lambda_T + 20 \times \lambda_R + 10 \times \lambda_C = 4.85 \times 10^{-4}$ (/시간)

(2) 평균수명 : $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{4.85 \times 10^{-4}} = 2{,}061.86$ (시간)

04 어떤 시스템은 부품 A와 B로 결합되어 있으며, 이들 부품 중 어느 하나라도 고장인 경우에는 시스템이 고장난다고 한다. 부품 A의 수명은 $N(50,\ 16)$의 정규분포를 따르고, 부품 B의 수명은 $N(60,\ 36)$의 정규분포를 따를 때, 수명시간 t=45시간에서의 각 부품의 신뢰도와 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가?

해설

☞ 정규분포를 따를 때 부품 및 시스템의 신뢰도 계산

(1) 개별 부품의 신뢰도

① 부품 A의 신뢰도

$$R_A(t=45) = P_r(T \geq 45) = P_r\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geq \frac{45-\mu}{\sigma}\right) = P_r\left(U \geq \frac{45-50}{\sqrt{16}}\right) = P_r(U \geq -1.25) = 0.8944$$

② 부품 B의 신뢰도

$$R_B(t=45) = P_r(T \geq 45) = P_r\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geq \frac{45-\mu}{\sigma}\right) = P_r\left(U \geq \frac{45-60}{\sqrt{36}}\right) = P_r(U \geq -2.5) = 0.9938$$

(2) 직렬시스템의 전체 신뢰도 : $R_S(t=45) = R_A(t) \times R_B(t) = 0.8944 \times 0.9938 = 0.8889$

05 1,000개의 부품으로 구성된 기기를 1,000시간 사용하였을 때의 신뢰도를 0.9로 유지하고 싶다. 신뢰도가 지수분포에 따르는 경우 부품의 평균고장률을 구하시오.

해설

☞ $R(t=1{,}000) = 0.9 = e^{-n\lambda t} = e^{-1{,}000 \times \lambda \times t}$

$\rightarrow\ 0.9 = e^{-1{,}000 \times \lambda \times 1{,}000}\ \rightarrow\ \therefore\ \lambda = 1.0536 \times 10^{-7}$ (/시간)

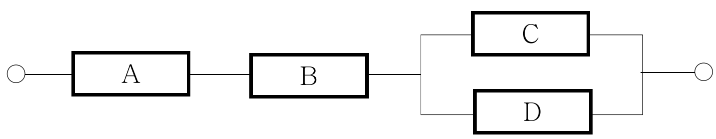
5.2 병렬결합모델의 신뢰도

01 상호독립적이고 동일한 5개의 부품으로 구성된 병렬시스템에서 시스템의 신뢰도가 0.99이어야 한다면 신뢰도는 얼마이어야 되는가?

해설

☞ $R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^{5}(1-R_i) = 1-(1-R_i)^5 = 0.99$ 로부터 $(1-R_i)^5 = 0.01\ \rightarrow\ \therefore\ R_i = 0.602$

02 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 100시간 사용하였을 경우 시스템의 신뢰도는 얼마인가? (단, λ_A=0.3×10⁻³시간, λ_B=0.4×10⁻³시간, λ_C=0.8×10⁻³시간, λ_D=0.1×10⁻³시간)



해설

☞ 시스템의 전체 신뢰도 : $R_S = R_A \times R_B \times R_p = 0.9704 \times 0.9608 \times 0.9992 = 0.9316$

여기서, $A,\ B,\ C,\ D$ 의 개별 신뢰도의 계산

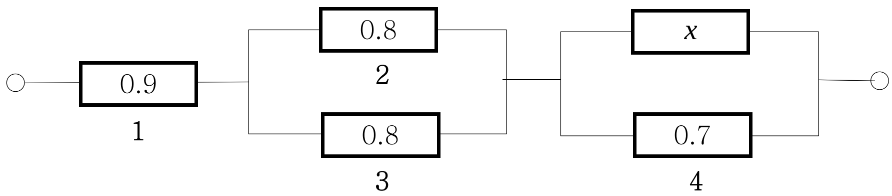
$$R_A = e^{-\lambda_A \times t} = e^{-(0.3\times10^{-3})\times100} = 0.9704,\quad R_B = e^{-\lambda_B \times t} = e^{-(0.4\times10^{-3})\times100} = 0.9608$$

$$R_C = e^{-\lambda_C \times t} = e^{-(0.8\times10^{-3})\times100} = 0.9231,\quad R_D = e^{-\lambda_D \times t} = e^{-(0.1\times10^{-3})\times100} = 0.9900$$

병렬결합 부분의 신뢰도 R_p

$$R_p = 1-(1-R_C)(1-R_D) = 1-(1-0.9231)(1-0.9900) = 0.9992$$

03 시스템의 신뢰도를 0.8로 하려면 x 의 신뢰도는 얼마인가?



해설

☞ 시스템 신뢰도 R_S : $R_S = R_1 \times R_{p1} \times R_{p2} = 0.9 \times 0.96 \times (0.7 + 0.3R_x) = 0.8 \ \rightarrow \ R_x = 0.7531$

여기서, 병렬결합된 2, 3 부분의 신뢰도 R_{p1} : $R_{p1} = 1-(1-0.8)^2 = 0.96$

병렬결합된 4, x 부분의 신뢰도 R_{p2} : $R_{p2} = 1-(1-R_x)(1-0.7) = 0.7 + 0.3R_x$

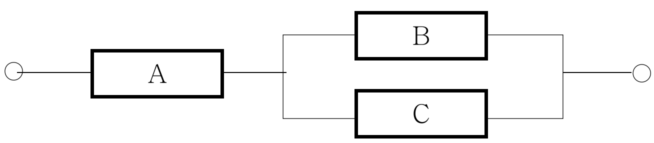
04 고장률이 λ=10^{-3}(/시간)인 동일한 3개의 부품이 병렬로 구성된 시스템의 $MTBF$ 를 구하시오. (단, 부품의 고장은 상호 독립이며 지수분포를 따른다고 한다.)

해설

☞ 3개 부품의 병렬결합시 시스템의 평균수명

$$MTBF_S = \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta_0}{i} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\lambda} \times \frac{1}{i}\right) = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10^{-3}} \times \frac{11}{6} = 1{,}833.33 \ \text{(시간)}$$

05 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 100시간 사용하였을 경우 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가? 또한 이 시스템의 평균수명 $MTBF$ 는 얼마인가? (단, 부품의 고장은 상호 독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.) (단, λ_A=0.002/시간, $\lambda_B = \lambda_C$=0.0015/시간)



해설

☞ 직렬 및 병렬 혼합시의 신뢰도와 평균수명 계산

(1) 시스템의 전체 신뢰도

$$R_S(t) = R_A(t)\left[1-(1-R_B(t))(1-R_C(t))\right]$$

$$= \exp[-\lambda_A t]\left[1-\{1-\exp(-\lambda_B t)\}\{1-\exp(-\lambda_C t)\}\right]$$

$$= \exp\left[-0.002\times 100\right]\left[1-\{1-\exp(0.0015\times 100)\}^2\right]$$

$$= 0.8187\times\left[1-(1-0.8607)^2\right] = 0.8029$$

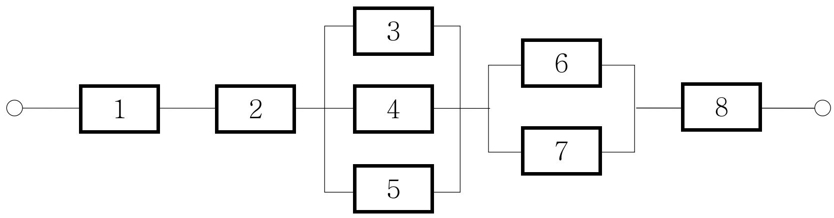
(2) 시스템의 평균수명 *MTBF*

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{3/1{,}000} = \frac{1{,}000}{3} = 333.33\ (\text{시간})$$

여기서, $\lambda_S = \sum \lambda_i = \lambda_A + \lambda_{B-C} = 0.002 + 1/1{,}000 = 3/1{,}000$

단, $\dfrac{1}{\lambda_{B-C}} = \dfrac{3}{2\lambda_0} = \dfrac{3}{2\times 0.0015} = 1{,}000$

06 다음과 같이 구성된 시스템이 있다. 만약 어떤 시점 t 에서 각 부품의 신뢰도가 모두 $R_i(t) = 0.9$, i =1. 2, ⋯, 8이라면 이 시스템의 신뢰도는 시각 t 에서 얼마인가?



해설

☞ 시스템 전체의 신뢰도

$$R_S(t) = R_1(t)\times R_2(t)\times R_{S_1}(t)\times R_{S_2}(t)\times R_8(t) = 0.9\times 0.9\times 0.999\times 0.99\times 0.9 = 0.721$$

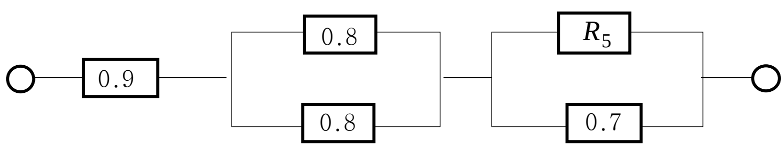
여기서, $R_3(t),\ R_4(t),\ R_5(t)$ 로 구성되는 병렬결합부분의 신뢰도 R_{S_1}

$$R_{S_1}(t) = 1-\prod_{i=3}^{5}(1-R_i) = 1-(1-0.9)^3 = 0.999$$

$R_6(t),\ R_7(t)$ 로 구성되는 병렬결합부분의 신뢰도 R_{S_2}

$$R_{S_2}(t) = 1-\prod_{i=6}^{7}(1-R_i) = 1-(1-0.9)^2 = 0.99$$

07 다음과 같이 구성된 시스템이 있다. 전체 신뢰도 R_S =0.85로 하고자 할 때 R_5 의 신뢰도는 얼마인가?



해설

☞ 시스템의 신뢰도 : $R_S = R_1 \times R_{S1} \times R_{S2} = 0.9 \times 0.96 \times (0.7 + 0.3R_5)$ =0.85 → R_5 =0.946

여기서, 신뢰도 0.8의 부품 2개로 병렬결합된 부분의 신뢰도

$$R_{S1} = 1-(1-0.8)^2 = 0.96$$

신뢰도 R_5, 0.7의 부품 2개로 병렬결합된 부분의 신뢰도

$$R_{S2} = 1-(1-R_5)(1-0.7) = 0.7 + 0.3R_5$$

5.3 특수결합모델의 시스템 신뢰도

◈ m route 시스템 신뢰도 ◈

01 λ =0.002인 부품 3개가 병렬결합되어 있다. 전체 평균고장률 λ_S는 얼마인가?

해설

☞ $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda}$ → $\lambda_S = \frac{6\lambda}{11} = \frac{6 \times 0.002}{11} = 1.09 \times 10^{-3}$ (/시간)

02 각 신뢰도가 0.8888인 20개의 최소부품으로 된 시스템의 신뢰도는 얼마나 되는가? 또 이 시스템을 3개 만들어 병렬로 결합하면 시스템 전체의 신뢰도는 얼마나 되는가?

해설

☞ 시스템중복의 경우 신뢰도

① 직렬시스템의 신뢰도 $R_{SS} = \prod_{i=1}^{20} R_i = 0.8888^{20} = 0.09464$

② 시스템중복시의 신뢰도 $R_S = 1-(1-R_{SS})^3 = 1-(1-0.8888^{20})^3 = 0.2579$

◈ n 중 k (k out of n) 시스템 신뢰도 ◈

03 신뢰도가 0.99인 미사일 4개가 설치된 미사일발사 시스템이 있다. 그런데 4개의 미사일 중 3개만 작동하면 이 미사일발사 시스템은 임무수행이 가능하다. 이 4 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도를 구하여라.

해설

☞ $n = 4, k = 3, R = 0.99$ 이므로, 이 4 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도 R_M은 다음과 같다.

$$R_M = \sum_{i=3}^{4} \binom{4}{i} (0.99)^i (1-0.99)^{4-i} = \binom{4}{3}(0.99)^3(0.01)^1 + \binom{4}{4}(0.99)^4(0.01)^0$$

$$= (4)(0.970)(0.01) + (1)(0.960) = 0.0388 + 0.960 = 0.9988$$

여기서, $\binom{4}{3} = {}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1} = 4$

04 상호 독립적이고 동일한 5개의 부품 중 4개 이상의 부품이 작동되어야 시스템이 정상적으로 가동된다고 한다. 각 부품의 신뢰도가 0.95일 때 시스템의 신뢰도는?

해설

☞ 5 중 4 시스템의 신뢰도

n 중 k 시스템의 신뢰도 $R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i \cdot R^i (1-R)^{n-i}$ 의 관계식으로부터

$$R_S = \sum_{i=4}^{5} {}_5C_i \cdot R^i (1-R)^{5-i} = {}_5C_4 \times 0.95^4 (1-0.95)^{5-4} + {}_5C_5 \times 0.95^5 (1-0.95)^{5-5}$$

$$= 5 \times 0.95^4 \times 0.05 + 0.95^5 = 0.9974$$

05 신뢰도가 0.9인 미사일 4개가 설치된 미사일발사 시스템이 있다. 그런데 4개의 미사일 중 3개만 작동하면 이 미사일발사 시스템은 임무수행이 가능하다. 이 4개 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도를 계산하시오.

해설

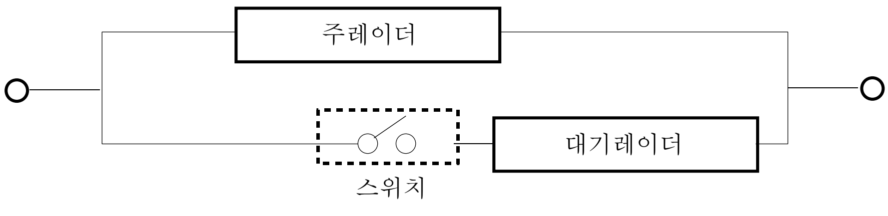
☞ n 개 중 k 개만 작동하면 시스템이 작동하는 n 중 k 시스템의 신뢰도는

$R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i R^i (1-R)^{n-i}$ 이고, n =4, k =3, R =0.9이므로

$$R_S = \sum_{i=3}^{4} {}_4C_i (0.9)^i (1-0.9)^{4-i} = {}_4C_3 (0.9)^3 (1-0.9)^1 + {}_4C_4 (0.9)^4 (1-0.9)^0 = 0.9477$$

◈ 대기결합모델의 시스템 신뢰도 ◈

06 평균고장률이 0.001이고 T =24일 때 신뢰도가 0.9763인 주레이더가 그림과 같이 대기결합구조로 결합되어 있다. 이 대기결합 레이더 시스템의 신뢰도를 구하라.



해설

☞ λ =0.001, T =24이므로 대기결합 레이더 시스템의 신뢰도 R_{S1}은 다음과 같다.

$$R_{S1} = e^{-\lambda T}(1+\lambda T) = e^{-0.001\times 24}(1+0.001\times 24) = 0.9763(1+0.024) = 0.9997$$

07 앞의 [문제 06]의 대기결합 레이더 시스템에서 스위치 시스템을 고려한 전체 시스템의 신뢰도를 구하라. 단, 스위치의 신뢰도는 0.95라 본다.

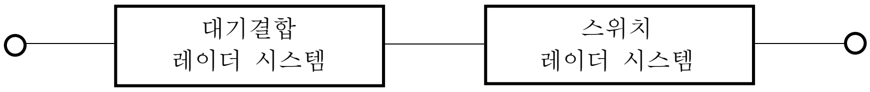
해설

☞ 주레이더가 대기레이더로 대치되는 경우는 주레이더가 고장나고, 스위치가 반드시 작동하여야만 한다. 따라서 주레이더와 스위치는 주레이더가 고장나고 스위치가 작동하여야만 이 부분의 기능이 제대로 발휘되는 병렬결합구조로 볼 수 있다.

① 스위치 신뢰도를 0.95로 보므로 주레이더와 스위치와의 병렬결합구조의 신뢰도 R_S는

$$R_S = 1 - (1 - 0.9763)(1 - 0.95) = 1 - (0.0237)(0.05) = 0.9988$$

② 전체 시스템은 다음 그림과 같은 직렬결합구조가 된다.



$R_{S1} = 0.9997$ $R_{SW} = 0.9988$

전체 시스템의 신뢰도 $R_S = (0.9997)(0.9988) = 0.9985$

제5장 고장해석 FTA

1. FTA (Fault Tree Analysis)

1.1 FTA(고장나무분석) 실시절차

* FTA를 실시하는 경우 목적이나 정도 등에 차이가 있지만, 실시절차는 통상 다음과 같다.

▷순서 1 : 평가대상 설정 및 기능의 명확화(기능블록 다이어그램 작성)

▷순서 2 : 불량 사실·현상에 대한 정의의 명확화

▷순서 3 : 최상위 고장(top event)의 상정

▷순서 4 : 하위레벨의 논리기호에 의한 결합으로 고장나무 작성

▷순서 5 : 기본사상인 최하위의 고장원인까지 고장나무 완성

▷순서 6 : 정량적 평가를 위한 고장확률을 구함

(최하위인 기본사상에서부터 고위인 top event까지 고장확률을 계산)

① 먼저 최하위의 고장원인인 기본사상에 대한 고장확률을 추정한다.

② 기본사상에 중복이 있는 경우에는 불(Boolean) 대수 공식에 의거 고장나무를 간소화한다. 그렇지 않으면 ③항으로 간다.

③ 서브시스템 및 시스템의 고장확률을 계산하고 문제점을 찾는다.

▷순서 7 : 문제점의 개선 및 신뢰성 향상책 강구

1.2 고장나무(fault tree)의 작성

* FT는 각종 사상(event)과 그것을 연결하는 논리게이트로써 구성된다.

① 해석하려는 시스템의 최상위고장(top event), 즉 정상(頂上)사상(목표사상)을 규정한다.

② 정상사상의 고장상태를 일으킬 수 있는 직접원인, 즉 기계, 설비의 불량상태나 작업자의 에러 등(결함사상)을 규명하고 나열하여 정상사상과의 사이를 논리게이트를 사용하여 나무가지 모양으로 결합시킨다.

③ 위 ②의 각 결합사상의 직접원인이 되는 결함사상을 각각 확정한 후, ②와의 사이를 논리게이트로 연결한다.

④ ③을 최하위의 고장원인이 될 때 까지 순차적으로 반복한다.

* 그리고 FT의 최하위사상은 통상 다음 중의 하나이다.

① 통상 행해지는 작업이나 기계설비의 통상(通常)상태 (통상사상)

② 기본적으로 볼 수 있는 기계 등의 고장이나 인간의 에러 (기본사상)

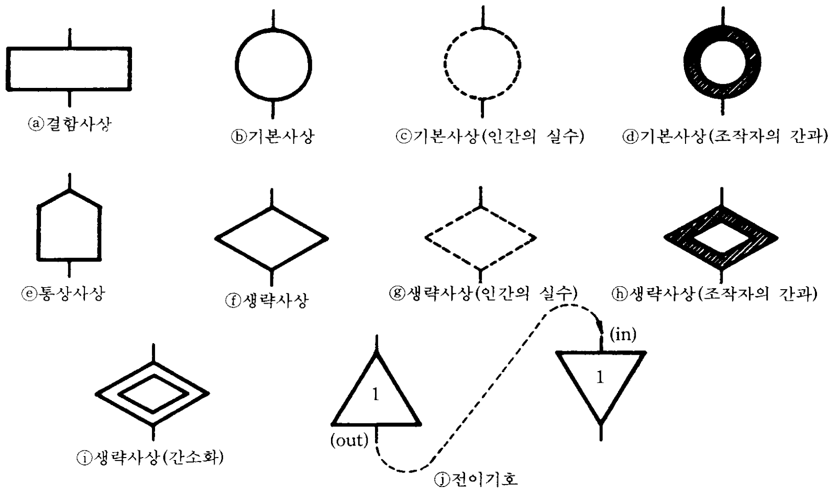
③ 그것 이하는 정보부족으로 분석이 어렵거나 분석을 생략해도 좋은 결함사상 (생략사상)

④ 그것 이하는 이 고장나무(FT)의 다른 부분과 동일해지는 경우로서, 이것은 다른 부분으로부터의 전이(轉移)로서 취급한다.

1.3 고장나무(결함수)의 논리게이트

* 기본적으로 결함사상은 AND게이트 그리고 OR게이트를 사용하여 표시하나, 여러 종류의 논리게이트 또는 수정기호(modifier)를 사용함으로써 시스템을 더 정확히 또는 간결하게 표현할 수 있다(그림 5.1 참조).

* 단, 너무 복잡한 논리게이트를 사용하는 것은 고장나무분석의 특징인 시각에 의한 이해나 연산의 용이성을 손상시킬 우려가 있으므로 주의하여야 한다.



[그림 5.1] 사상기호

1.3.1 사상기호

① 직사각형 기호 → 정상사상을 시작으로 하는 결함사상을 나타내는 기호이다(그림 ⓐ)

② 원형기호 → 기본사상을 나타내는 기호(그림 ⓑ). 때로는 점선의 원으로 인간동작의 생략 또는 오류를 표시하고(그림 ⓒ), 사선부분이 포함된 이중원으로 조작자에 의해 결함의 누락이나 시정누락을 표시한다(그림 ⓓ).

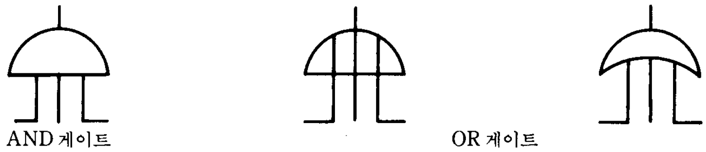
③ 집형기호 → 결함사상은 아니고 시스템 내의 상태로서 일어나는 통상사상을 나타내는 기호이다(그림 ⓔ).

④ 마름모형기호 → 그것 이상은 분석할 수 없거나 또는 분석의 필요가 없는 생략사상을 나타내는 기호(그림 ⓕ). 때로는 점선의 마름모형 그리고 사선이 포함된 이중마름모형을 사용해서 인간의 에러와 조작자에 의한 결함이나 시정누락을 표시한다(그림 ⓖ, ⓗ). 또 사선 없는 이중마름모형은 그것보다 앞의 관계가 명확하고 수량적 평가에 의해 고장나무을 간소화할 수 있는 경우에 사용한다(그림 ⓘ).

⑤ 삼각형기호 → 동일한 FT안에 있고 내용이 같은 다른 부분과의 사이에 전이를 표시하는 기호로서, 삼각형 위쪽에 선이 나와 있는 경우는 다른 부분에서의 전입을, 또 아래쪽이나 측방에 선이 나와 있는 경우는 다른 부분의 전출을 표시하고 동일한 번호가 붙여진다(그림 ⓙ)

1.3.2 논리게이트

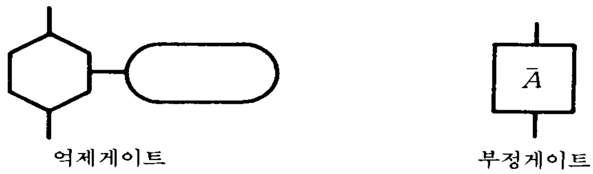
① AND게이트와 OR게이트



[그림 5.2] AND게이트와 OR게이트

② 억제게이트(inhibit gate) → 입력사상이 수정기호 안의 조건을 만족하면 출력사상이 생기고 만약 조건이 만족되지 않으면 출력은 생기지 않는다.

③ 부정게이트(not gate) → 수정기호의 일종으로서 부정모디파이어(not modifier)라고도 하며 입력사상의 반대사상이 출력된다.



[그림 5.3] 억제게이트와 부정게이트

1.3.3 조건 게이트

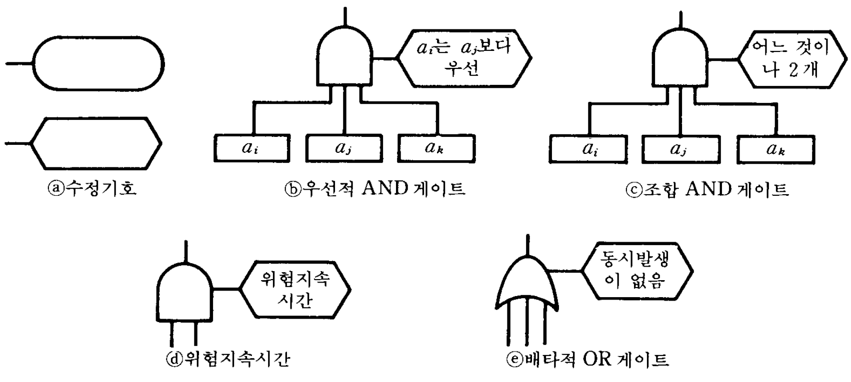
* AND게이트 또는 OR게이트 수정기호를 병용함으로써 각종 조건부 게이트를 구성한다.

① 우선적 AND게이트 → 입력사상 중 어떤 사상이 다른 사상보다 앞에 일어났을 때 출력사상이 생긴다.

② 조합 AND게이트 → 3개 이상의 입력사상 중 어느 것이나 2개가 일어나면 출력이 생긴다.

③ 위험지속기호 → 입력사상이 생겨 어떤 일정한 시간 동안 지속하였을 때 출력이 생긴다. 만약 지속되지 않으면 출력은 생기지 않는다.

④ 배타적 OR게이트 → 2개 이상의 입력이 존재하는 경우에는 출력이 생기지 않는다.



[그림 5.4] 수정기호와 조건 게이트

1.4 불(Boolean)대수 공식에 의거 고장목 간소화

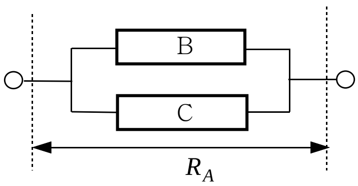
* 기본사상에 중복이 있는 경우에는 다음의 불(Boolean)대수 공식에 의거 고장목을 간소화하고, 그렇지 않으면 다음 절차로 간다.

㉮ 흡수법칙 : A+(A×B)=A(1+B)=A, A×(A×B)=A×B
A×(A+B)=A×A+A×B=A(1+B)=A

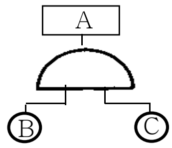
㉯ 분배법칙 : A×(B+C)=(A×B)+(A×C) ㉰ 동정법칙 : A+A=A, A×A=A

1.5 고장확률 계산 방법

1.5.1 AND 게이트의 경우



[그림 5.5] 병렬계 신뢰성 블록도



[그림 5.6] AND게이트에 의한 FT도

① $F_A = F(B\ AND\ C) = F(B \cap C)$

(여기서 B와 C가 서로 독립이면)

$$F_A = F_B \cdot F_C \tag{5.1}$$

② 혹은 ①과 달리 계산하는 방법으로

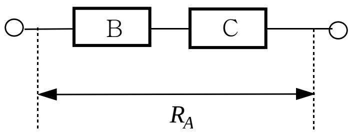
$$F_A = 1 - R_A = 1 - [1 - (1 - R_B)(1 - R_C)]$$

$$= (1 - R_B)(1 - R_C) = F_B \cdot F_C$$

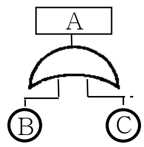
③ 그리고, n 개의 기본사상의 AND 결합시에는 다음과 같이 된다.

$$F_S = F_1 \cdot F_2 \cdots \cdot F_n = \prod_{i=1}^{n} F_i \tag{5.2}$$

1.5.2 OR 게이트의 경우



(직렬계)



(OR gate)

[그림 5.7] 직렬계 신뢰성 블록도 [그림 5.8] OR 게이트에 의한 FT도

① $F_A = F\ (B\ OR\ C) = F(B \cup C)$

(B와 C가 독립사상이면) $F_A = F_B + F_C - F_B \cdot F_C$ (5.3)

② 위 ①과 다른 방법으로 계산하면

$$F_A = 1 - R_A = 1 - R_B \cdot R_C$$

$$= 1 - (1 - F_B)(1 - F_C) \tag{5.4}$$

$$= F_B + F_C - F_B \cdot F_C$$

③ n 개의 기본사상의 OR 결합시에는

$$F_S = 1 - (1 - F_1)(1 - F_2)\cdots(1 - F_n)$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - F_i) \tag{5.5}$$

1.5.3 사상의 고장확률을 구하는 방법

* 톱사상 A의 고장확률 F_A를 구하기 위해서는 하위사상인 B, C의 고장확률 F_B, F_C를 구하는 것이 중요한 데, 그 중 하나의 예로서 F_B의 고장확률을 구하는 방법은 다음과 같다.

신뢰도 $R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/\mathrm{MTBF}} \fallingdotseq 1 - \frac{t}{MTBF}$ (단, t : 사용시간) (5.6)

이므로, 사상 B가 고장날 확률 F_B는

$$F_B = 1 - R_B = 1 - (1 - \frac{t}{MTBF}) = \frac{t}{MTBF} \quad (< 1) \tag{5.7}$$

여기서, t는 사용(가동)시간, R_B는 B의 신뢰도이고,

$MTBF$는 평균고장간격시간(평균수명)으로서 다음과 같이 구한다.

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{\text{총 동작시간 } (T)}{\text{그 기간 중의 고장개수 } (r)} \tag{5.8}$$

1.5.4 $MTBF$와 시스템이 고장날 확률(F_S)와의 상관관계

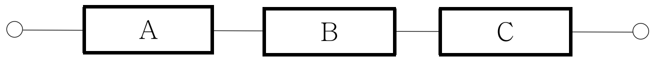
* $MTBF$와 F_S의 관계는 $MTBF(\uparrow) \rightarrow R(t)(\uparrow) \rightarrow F(t)(\downarrow) \rightarrow F_S(\downarrow)$의 관계로 된다.

2. 품질경영기사 실기 [기출유사 엄선문제]

2.1 FTA (Fault Tree Analysis)

◈ 고장나무(fault tree)의 작성 ◈

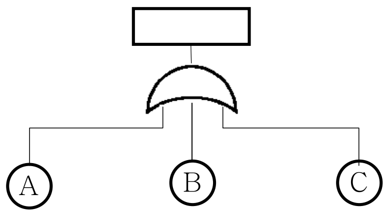
01 다음 그림의 신뢰성 블록도에 맞는 FT도를 그리시오.



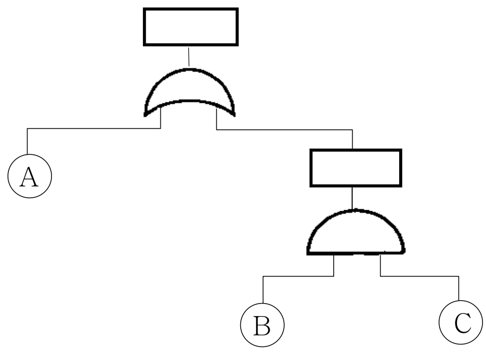
해설

☞ 직렬시스템의 신뢰성 블록도를 OR gate로 전환

신뢰성 블록도가 직렬시스템이므로, 기본사상 중 어느 하나라도 고장 나면 상위시스템이 고장 나는 OR gate를 사용하여 FT도를 그린다.



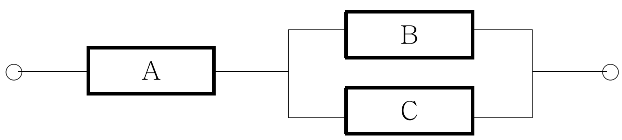
02 시스템의 FT도가 아래와 같을 때 이 시스템의 블록도를 작성하시오.



해설

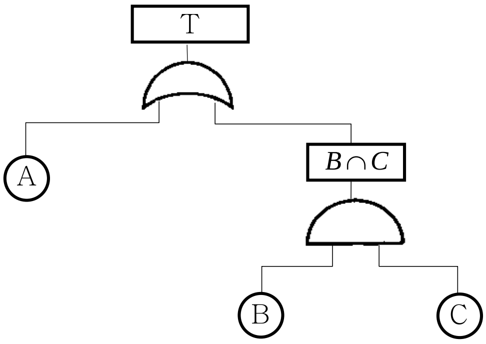
☞ 고장목(木)로부터 신뢰성블록도로 전환 작성

FT도에서 정상사상이 OR gate이므로 신뢰성블록도에서는 하위시스템을 직렬시스템으로 구성하되, FT도에서 서브시스템이 AND gate이므로 신뢰성블록도에서는 병렬시스템으로 그린다.



◈ 고장확률 계산 방법 ◈

03 다음 고장목에서 F_A=0.05, F_B=0.15, F_C=0.2이면 정상사상 T의 발생확률은 얼마인가?



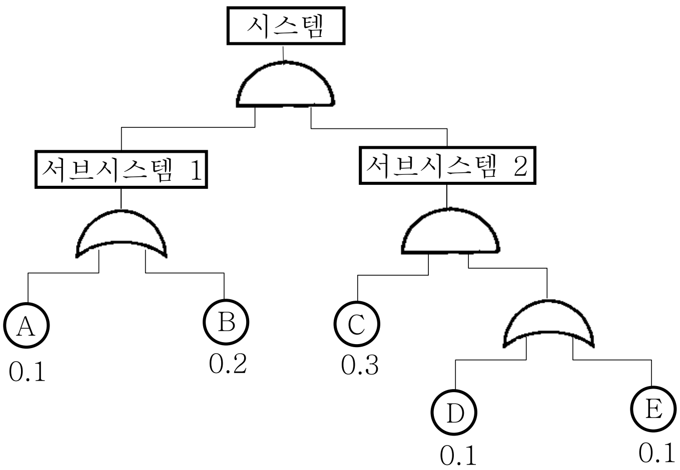
해설

☞ 사상 A와 S_1의 OR gate의 경우 (T사상의 고장확률)

$$F_T = 1-(1-F_A)(1-F_{S1}) = 1-(1-0.05)(1-0.15\times 0.2) = 0.0785\ (7.85\%)$$

여기서, 사상 B와 C의 AND gate의 경우 $F_{S1} = F_B \times F_C$

04 다음 고장목(FT도)의 시스템의 신뢰도는?



해설

☞ 고장목(木)에서 시스템의 신뢰도

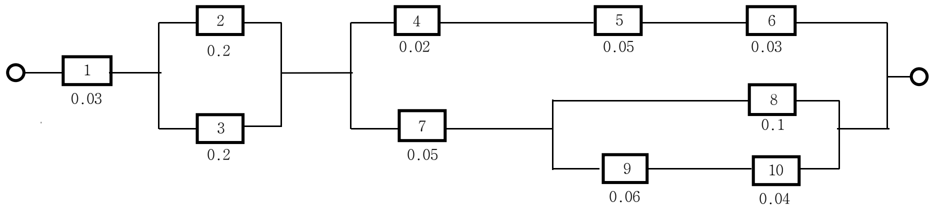
$$R_S = 1-F_S = 1-0.01596 = 0.98404$$

여기서, $F_S = F(S_1)\times F(S_2) = [1-(1-F_A)(1-F_B)]\times F_C \times [1-(1-F_D)(1-F_E)]$

$$= [1-(1-0.1)(1-0.2)]\times 0.3 \times [1-(1-0.1)(1-0.1)]$$

$$= 0.28 \times 0.057 = 0.01596$$

05 신뢰성 블록도가 그림과 같고 사상의 고장날 확률이 주어졌을 때, 시스템의 고장확률을 계산하고, FT도에 고장확률을 나타내어라.



해설

(1) 시스템의 고장확률

시스템의 고장확률은 하위사상에서부터 상위사상으로 순차적으로 계산한다.

1) 파트 고장확률 (⑨, ⑩) : $F_{S1} = 1-(1-F_9)(1-F_{10}) \; = 1-(1-0.06)(1-0.04) = 0.098$

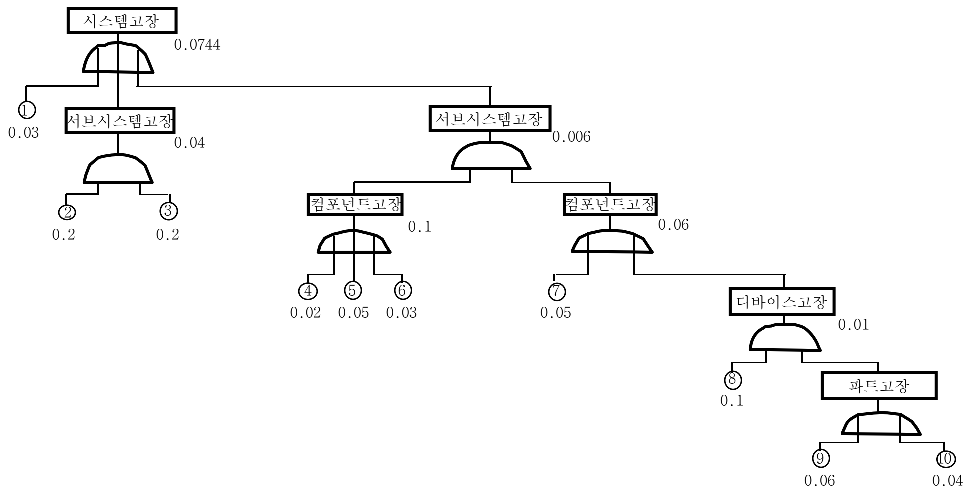
2) 디바이스 고장확률 (⑧, ⑨, ⑩) : $F_{S2} = F_8 \cdot F_{S1} \; = 0.1 \times 0.098 = 0.01$

3) 우측의 서브시스템 고장확률

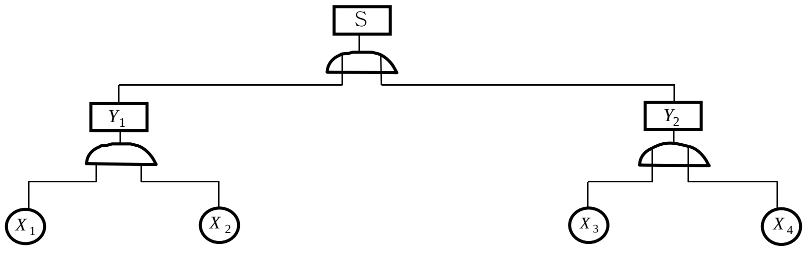
$$F_{S3} = \{1-(1-0.02)(1-0.05)(1-0.03)\} \times \{1-(1-0.05)(1-0.01)\} \; = 0.1 \times 0.06 = 0.006$$

4) 시스템 고장확률 : $F_S = 1-(1-0.03)(1-0.2 \times 0.2)(1-0.006) = 0.0744$

(2) FT도 작도 및 고장확률 표시



06 $X_1 \sim X_4$가 고장날 확률은 각각 0.1, 0.2, 0.4, 0.5라 할 때 시스템 신뢰도는 얼마인가?



해설

☞ 시스템의 신뢰도 $R_S = 1 - F_S = 1 - 0.706 = 0.294$

여기서, $F_S = F_{Y_1} + F_{Y_2} - F_{Y_1} \cdot F_{Y_2} = 0.02 + 0.7 - 0.02 \times 0.7 = 0.706$

단, $F_{Y_1} = F_{X_1} \cdot F_{X_2} = 0.1 \times 0.2 = 0.02$

$F_{Y_2} = F_{X_3} + F_{X_4} - F_{X_3} \cdot F_{X_4} = 0.4 + 0.5 + 0.4 \times 0.5 = 0.7$

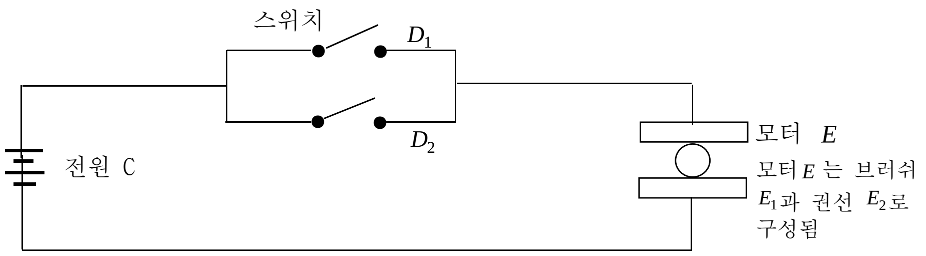
여기서, $F_{X_1} = 0.1$, $F_{X_2} = 0.2$, $F_{X_3} = 0.4$, $F_{X_4} = 0.5$

07 FMEA(또는 FMECA)와 FTA의 차이점을 비교하라.

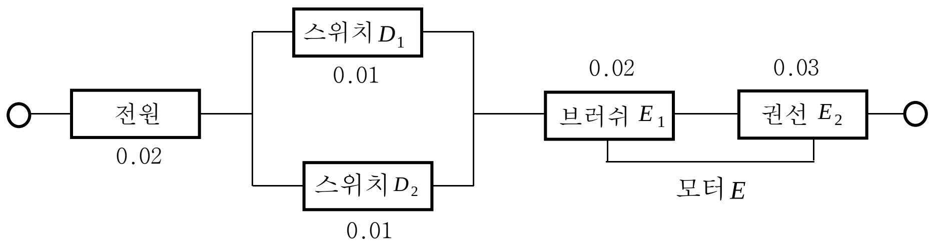
해설

FMEA	FTA
① bottom-up 방식 ② 정성적 해석방법 ③ 표를 사용한 해석 ④ 총합(또는 전체)적 해석 ⑤ 하드웨어의 고장해석	① top-down 방식 ② 정량적 해석방법 ③ 논리기호를 사용한 해석 ④ 특정사상에 대한 해석 ⑤ 소프트웨어나 인간의 과오까지도 포함한 고장해석이 가능

08 첫 번째 [그림 1]과 같은 회로도와 두 번째 [그림 2]와 같은 신뢰성블록도로 표현되는 시스템에 대하여 “모터가 시동안됨”을 정상사상으로 한 FTA를 실시해 보아라.
(숫자는 각 요소의 고장확률이다)



[그림 1] 회로도

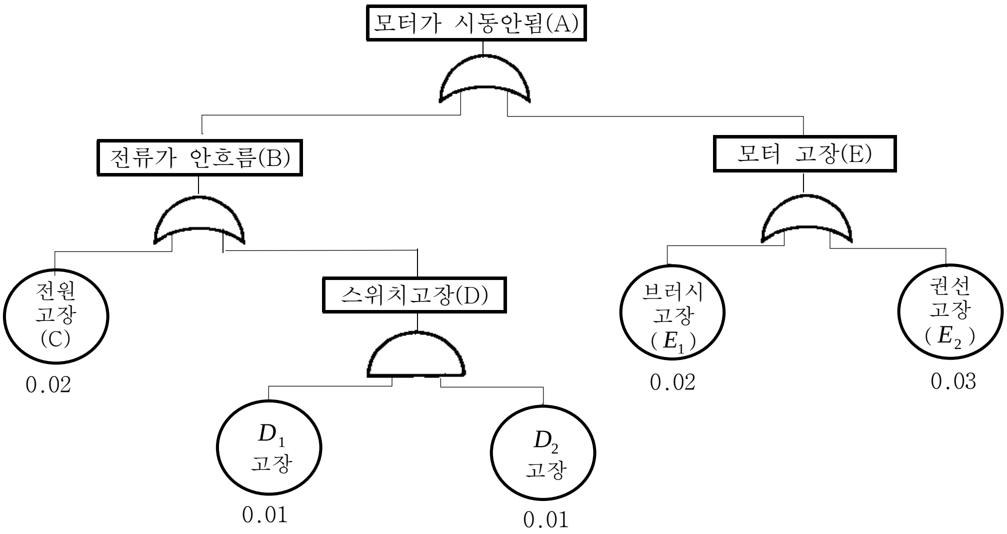


[그림 2] 신뢰성블록도

해설

☞ FT도 작성 및 고장확률 계산

(1) [그림 2] 신뢰성블록도에 의거 FT도(고장나무) 작성



(2) "모터가 시동안됨"의 정상(頂上)사상의 고장발생확률 계산

$$F_A = 1-(1-F_B)(1-F_E) = 1-(1-0.0201)(1-0.0494) = 1-0.9315 = 0.0685$$

여기서, $F_B = 1-(1-F_C)(1-F_D) = 1-(1-0.02)(1-0.0001) = 1-0.9799 = 0.0201$

$$F_{E.} = 1-(1-F_{E_1})(1-F_{E_2}) = 1-(1-0.02)(1-0.03) = 1-0.9506 = 0.0494$$

단, $F_D = F_{D_1} \cdot F_{D_2} = 0.01 \times 0.01 = 0.0001$

CBT 신출제 방식 대비의 고득점 합격 비서!

Quality Management