제 6 장

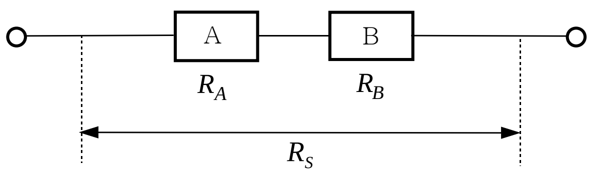
시스템의 신뢰도

1. 시스템 신뢰도의 개요

* 일반적으로 소자(素子)나 부품이 결합되어 조립품(보조기계)가 되고, 조립품(Ass'y)이 결합되어 컴포넌트(단위설비)가 됨. 그리고 컴포넌트들이 모여 서브시스템(단위공정)이 되며, 이들 서브시스템이 모여 시스템(공정)이 되는 것임.
* 신뢰성은 개개의 소자나 부품에 대해서도 중요하나, 이들이 결합된 조립품이나 컴포넌트, 나아가 서브시스템·시스템의 신뢰성은 더욱 중요함.
  그러므로 소자나 부품의 신뢰성이 이들의 조합으로 구성된 상위 레벨인 시스템의 신뢰성에 어떠한 관계를 가지는가를 알아 둘 필요가 있음.
* 시스템을 구성하고 있는 여러 개의 소자나 부품의 결합방법은 크게 직렬결합모델과 병렬결합모델로 나누어지지만 특수한 결합모델도 있음.

2. 직렬결합모델의 신뢰도

* 조립품이나 컴포넌트·시스템 등을 구성하고 있는 여러 개의 소자나 부품 중 어느 하나라도 고장이 나게 되면 시스템 전체가 기능을 상실하게 되도록 소자나 부품이 결합된 것을 직렬결합모델이라고 함.
* [그림 6.1]과 같이 A, B 2개의 부품이 직렬결합모델로 되어 있으면 이 기기가 제대로 기능을 발휘하기 위해서는 A와 B 2개의 부품이 모두 정상작동하여야 함.



[그림 6.1] 직렬결합모델

* 직렬결합모델의 전체 시스템이 작동하는 전체 신뢰도 R_S 는 다음과 같음.

$$R_S = P_r(A \ \ AND \ \ B) = P_r(A \cap B)$$

* 만일 A, B가 서로 독립사상이면

$$R_S = P_r(A) \cdot P_r(B) = R_A \cdot R_B \qquad (6.1)$$

여기서, $P_r(A)$는 부품 A의 신뢰도 R_A, $P_r(B)$는 부품 B의 신뢰도 R_B를 의미함.

일반적으로 n개 부품이 직렬결합시의 시스템의 신뢰도 R_S는 다음 식과 같이 됨.

$$R_S = R_1 \cdot R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n)t} \qquad (6.2)$$

* 전체의 고장률 λ_S는 각 부품의 고장밀도함수가 지수분포에 따르는 경우

$$R_S = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)t} = e^{-\lambda_S \cdot t}$$

의 관계로부터 λ_S는 다음의 식으로 구해짐.

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n \tag{6.3}$$

* 한편, 시스템의 신뢰성을 구할 때 중요한 것은 t 시간 후의 잔존확률인 신뢰성 $R(t)$ 로서, 다음의 근사식에 의해 $R(t)$ 의 값을 구하면 편리함.

$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{\mathrm{MTBF}}} \fallingdotseq 1 - \frac{t}{\mathrm{MTBF}} \tag{6.4}$$

여기서, t =사용시간, λ =1/MTBF

* 또한, 고장률 λ_i 인 부품이 여러 개 직렬연결된 시스템의 MTBF는 다음과 같이 구함.

$$\mathrm{MTBF_S} = \frac{1}{\lambda_S} \tag{6.5}$$

여기서, $\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$

예제 6.1 각 부품의 평균고장률이 0.002(/시간)인 부품 7개가 동시에 모두 작동해야만 기능을 발휘하는 기기가 있다. 이 기기의 평균수명을 구하라.

해설

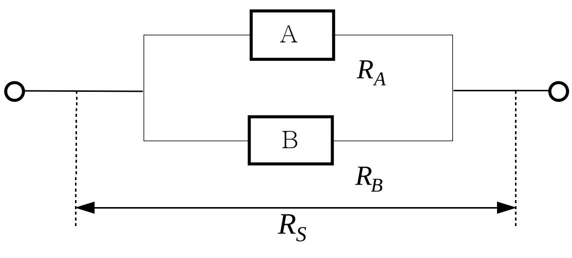
☞ 기기의 평균수명 $MTBF_S$ (혹은 θ_S)는 $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{0.014} = 71.4$ (시간)

여기서, 부품 7개의 직렬결합모델이므로 기기 전체의 평균고장률 λ 는

$\lambda_S = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_7 = 7 \times 0.002 = 0.014$ (/시간)

3. 병렬결합모델의 신뢰도

* [그림 6.2]는 부품을 여분으로 한 개 더 부가시켜서 부품 2개 중 어느 한 개만 작동하면 전체가 기능을 발휘할 수 있도록 결합한 것임.
* 이와 같은 설계를 병렬설계라 하며, 용장(冗長)설계, redundancy설계, 여유설계, 과잉설계 등으로도 불림. 병렬설계를 하면 전체의 신뢰도를 크게 증대시킬 수 있음.



[그림 6.2] 병렬결합모델

* 병렬결합모델의 전체 시스템이 작동하는 전체 신뢰도 R_S 는 다음과 같음.

$$R_S = P_r(A \;\; OR \;\; B) = P_r(A \cup B)$$
$$= P_r(A) + P_r(B) - P_r(A) \cdot P_r(B)$$
$$= R_A + R_B - R_A \cdot R_B \qquad (6.6)$$

* 또한 $R(t) + F(t) = 1$의 관계에서 다음 식으로 될 수 있음.

$$R_S = (1-F_A) + (1-F_B) - (1-F_A)(1-F_B)$$
$$= 1 - F_A F_B = 1 - (1-R_A)(1-R_B) \qquad (6.7)$$

* 일반적으로 n개의 부품이 병렬결합시 시스템 전체의 신뢰도 R_S는 다음과 같음.

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{n} F_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i) \qquad (6.8)$$

* 병렬결합모델의 시스템 MTBF는 식 (6.6)에서 다음 식들

$$R(t) = e^{-\lambda t}, \; R_1(t) = e^{-\lambda_1 t}, \; R_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$$

의 지수분포를 따를 때, 이것으로 대치하고 양변을 적분하여 MTBF를 구함.

$$\int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty R_1(t)dt + \int_0^\infty R_2(t)dt - \int_0^\infty R_1(t)R_2(t)dt$$

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}dt$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

* 이에 의거, 병렬결합시스템의 $\mathrm{MTBF_S}$는 다음과 같이 구함.

$$\mathrm{MTBF_S} = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \qquad (6.9)$$

* 상기 식에서 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$라면 $\mathrm{MTBF_S}$는 다음과 같이 주어짐.

$$\mathrm{MTBF_S} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_0} \qquad (6.10)$$

* 일반적으로 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda_0$인 n개 구성부품의 병렬결합시스템의 $\mathrm{MTBF_S}$는 다음 식으로 구해짐.

$$\mathrm{MTBF_S} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{2\lambda_0} + \cdots + \frac{1}{n\lambda_0} \qquad (6.11)$$

* 또는, 평균수명 $\theta_0 = 1/\lambda_0$이라면 시스템의 $\mathrm{MTBF_S}$는 다음과 같음.

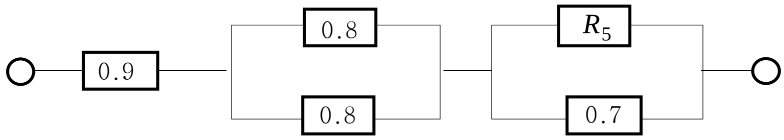
$$\mathrm{MTBF_S} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta_0}{i} \qquad (6.12)$$

* 그리고, 시스템의 고장률 λ_S 는 다음 식으로 구해짐.

$$\lambda_S = \frac{1}{\mathrm{MTBF_S}} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0}+\frac{1}{2\lambda_0}+\cdots+\frac{1}{n\lambda_0}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_0}{i}} \tag{6.13}$$

여기서, $\theta_0 = 1/\lambda_0$ 인 경우임.

예제 6.2 다음과 같이 구성된 시스템이 있다. 전체 신뢰도 R_S =0.85로 하고자 할 때 R_5 의 신뢰도는 얼마인가?



해설 과년도 기출문제

☞ 시스템의 신뢰도 : $R_S = R_1 \times R_{S1} \times R_{S2} = 0.9 \times 0.96 \times (0.7 + 0.3R_5)$ =0.85 → R_5 =0.946

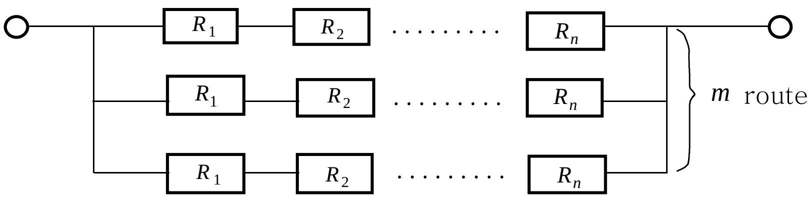
여기서, 신뢰도 0.8의 부품 2개 병렬결합 : $R_{S1} = 1-(1-0.8)^2 = 0.96$

신뢰도 R_5, 0.7의 부품 2개 병렬결합 : $R_{S2} = 1-(1-R_5)(1-0.7) = 0.7 + 0.3R_5$

4. 특수결합모델의 시스템 신뢰도

4.1 m route 시스템 신뢰도

* 병렬결합모델의 특수한 경우로서 m route 시스템 신뢰도는 다음 그림과 같은 구조로 됨.



[그림 6.3] m route의 서브시스템 결합

* 직렬인 경우의 서브시스템에서의 신뢰성은 다음과 같음.

$$R_{SS} = R_1 \cdot R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i \tag{6.14}$$

* 병렬인 경우의 m route에서의 신뢰성은 다음과 같음.

$$R_S = 1-(1-R_{SS})^m = 1-(1-\prod_{i=1}^{n} R_i)^m \tag{6.15}$$

여기서, $R_1 = R_2 = \cdots = R_n = R$ 일 경우에는 다음 식으로 됨.

$$R_S = 1-(1-R^n)^m \tag{6.16}$$

예제 6.3 λ =0.002인 부품 3개가 병렬결합되어 있다. 전체 평균고장률 λ_S 는 얼마인가?

해설

☞ $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda} \rightarrow \lambda_S = \frac{6\lambda}{11} = \frac{6 \times 0.002}{11} = 1.09 \times 10^{-3}$ (/시간)

4.2 n 중 k(k out of n) 시스템 신뢰도

* n개 중 k개만 작동하면($1 \le k \le n$) 시스템이 작동하는 경우 각 구성품의 신뢰도를 R 이라 하면 시스템의 신뢰도 R_S 는 다음과 같음.

$$R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i} \qquad (6.17)$$

* 만일 $R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/\theta}$ 의 지수분포에 따른다면 시스템의 $\mathrm{MTBF_S}$ 는 다음과 같이 됨.

$$MTBF_S (= \theta_S) = \sum_{i=k}^{n} \frac{\theta_0}{i} = MTBF_0 \left(\frac{1}{k} + \cdots + \frac{1}{n} \right) \qquad (6.18)$$

예제 6.4 신뢰도가 0.99인 미사일 4개가 설치된 미사일발사 시스템이 있다. 그런데 4개의 미사일 중 3개만 작동하면 이 미사일발사 시스템은 임무수행이 가능하다. 이 4 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도를 구하여라.

해설

☞ $n = 4, k = 3, R = 0.99$ 이므로, 이 4 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도 R_M 은 다음과 같음.

$$R_M = \sum_{i=3}^{4} \binom{4}{i} (0.99)^i (1-0.99)^{4-i} = \binom{4}{3} (0.99)^3 (0.01)^1 + \binom{4}{4} (0.99)^4 (0.01)^0$$

$$= (4)(0.970)(0.01) + (1)(0.960) = 0.0388 + 0.960 = 0.9988$$

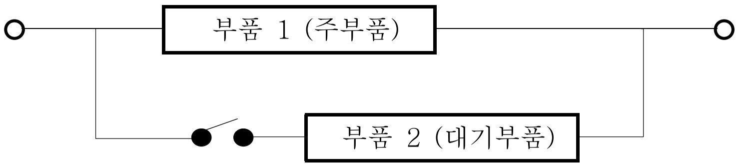
여기서, $\binom{4}{3} = {}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1} = 4$

4.3 대기결합모델의 시스템 신뢰도

4.3.1 대기결합모델의 의의

* 여분의 부품이 처음부터 병렬로 연결되어 있지 않고 처음에는 주부품이 그의 기능을 수행하다가 이것이 고장나면 여분의 부품인 대기부품이 그의 기능을 이어받아 계속 수행하도록 결합되어 있는 것을 말함.

* 그리고 대기결합구조로 시스템을 구성하면 신뢰도가 증가하게 되는 성질을 대기리던던시(stand-by redundancy)라고 함.



[그림 6.4] 대기결합구조

4.3.2 대기결합모델의 시스템 신뢰도

* 대기결합구조 시스템 신뢰도에 대해 증명결과로서 알려진 결과 식만을 간단히 보도록 함.

① 주부품인 부품 1의 신뢰도 R_1과 대기부품인 부품 2의 신뢰도 R_2가 각각 평균고장률이 λ_1 과 λ_2인 지수분포에 따르고, 이 시스템의 임무기간(mission time)이 T라 할 때

$$R_S = e^{-\lambda_1 T} + \int_0^T \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 (T-t)} dt = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}[\lambda_1 e^{-\lambda_2 T} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T}] \qquad (6.19)$$

② $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$인 경우에는 주부품 한 개일 경우보다 $\mathrm{MTBF_S}$는 2배, 신뢰도 R_S는 (1+ λT) 배가 증가함. 즉,

㉠ $$R_S = e^{-\lambda T} + \int_0^T \lambda e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda (T-t)} dt = e^{-\lambda T}(1+\lambda T) \qquad (6.20)$$

㉡ 전환스위치 신뢰도 R_{SW}를 고려할 경우 $R_S = e^{-\lambda T}(1+R_{SW} \cdot \lambda T)$ (6.21)

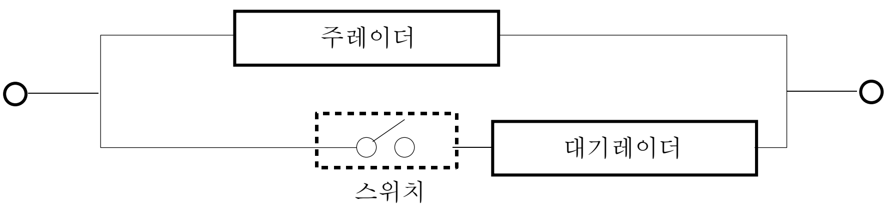
㉢ $$\mathrm{MTBF_S} = \int_0^T e^{-\lambda T}(1+\lambda T) dt = \frac{2}{\lambda} \qquad (6.22)$$

③ 일반적으로 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda$인 n개의 부품이 대기결합구조로 구성된 경우

$$R_S = e^{-\lambda t}\left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \cdots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] \qquad (6.23)$$

$$\mathrm{MTBF_S} = \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + \cdots\right)_{n\text{개}} = \frac{n}{\lambda} \qquad (6.24)$$

예제 6.5 평균고장률이 0.001이고 T=24일 때 신뢰도가 0.9763인 주레이더가 그림과 같이 대기결합구조로 결합되어 있다. 이 대기결합 레이더 시스템의 신뢰도를 구하라.



해설

☞ λ =0.001, T =24이므로 대기결합 레이더 시스템의 신뢰도 R_{S_1} 은 다음과 같음.

$$R_{S1} = e^{-\lambda T}(1+\lambda T) = e^{-0.001\times 24}(1+0.001\times 24) = 0.9763(1+0.024) = 0.9997$$

예제 6.6 [예제 6.5]의 대기결합 레이더 시스템에서 스위치 시스템을 고려한 전체시스템의 신뢰도를 구하라. 단, 스위치의 신뢰도는 0.95라 본다.

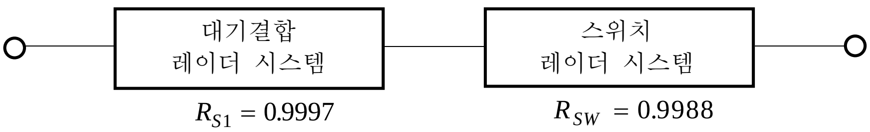
해설

☞ 주레이더가 대기레이더로 대치되는 경우는 주레이더가 고장나고, 스위치가 반드시 작동하여야만 함. 따라서 주레이더와 스위치는 주레이더가 고장나고 스위치가 작동하여야만 이 부분의 기능이 제대로 발휘되는 병렬결합구조로 볼 수 있음.

① 스위치 신뢰도를 0.95로 보므로 주레이더와 스위치와의 병렬결합구조의 신뢰도 R_S 는

$$R_S = 1-(1-0.9763)(1-0.95) = 1-(0.0237)(0.05) = 0.9988$$

② 전체 시스템은 다음 그림과 같은 직렬결합구조가 됨.



전체 시스템의 신뢰도 $R_S = (0.9997)(0.9988) = 0.9985$

4.4 교차결합구조의 시스템 신뢰도

① 사상공간법(Event Space Method) : 시스템의 유닛들에 대해 모든 가능한 경우(작동, 고장)들을 나열하여 신뢰도를 구하는 방법

② 경로추적법 : 시스템이 작동하는 모든 경로를 찾아서 그 합집합의 확률로써 신뢰도를 구하는 방법

③ 분해법 : 먼저 한 유닛을 선정하고 그 유닛 부품의 작동, 고장에 따른 조건부 확률을 통해 시스템의 신뢰도를 계산하는 방법.

④ 최소절단(cut)집합 : 시스템이 고장나게 되는 최소한의 유닛들의 고장 집합

⑤ 최소경로(path)집합 : 시스템이 작동되도록 하는 최소크기의 작동유닛의 집합

5. 품질경영기사 과년도 필기 [기출문제]

5.1 직렬결합모델의 신뢰도

01 시스템의 신뢰도를 구하는 데 있어서 다음 중 틀린 것은?

㉮ 모든 부품이 직렬 연결된 것으로 보고 신뢰도를 구하면 실제 시스템신뢰도의 하한이 된다.

㉯ 모든 부품이 병렬 연결된 것으로 보고 신뢰도를 구하면 실제 시스템신뢰도의 상한이 된다.

㉰ 모든 시스템은 직렬 또는 병렬 연결로 표현이 가능하다.

㉱ 시스템신뢰도는 직렬 또는 병렬로 표현되지 않는 경우도 구할 수 있다.

해설 2003(기사2회차)

☞ ㉰ 모든 시스템을 직렬 또는 병렬 연결만으로 표현하기에는 부족하다. 이런 이유로 대기모델, n 중 k 시스템, 브리지구조시스템, 교차결합구조 등이 있다.

02 직렬구조의 정의로 가장 올바른 것은?

㉮ 모든 부품이 하나라도 고장나면 시스템이 고장나는 경우를 말한다.

㉯ 어느 부품이 하나라도 고장나면 시스템이 고장나는 경우를 말한다.

㉰ 어느 부품이 고장나면 대기 중인 다른 부품으로 교체되는 경우를 말한다.

㉱ 부품들 중 특정개수 이상이 작동하면 시스템이 작동하는 경우를 말한다.

해설 2005(기사3회차)

☞ ㉯ 조립품이나 컴포넌트·시스템 등을 구성하고 있는 여러 개의 소자나 부품 중 어느 하나라도 고장이 나게 되면 시스템 전체가 기능을 상실하게 되도록 소자나 부품이 결합된 것을 직렬결합모델이라고 한다. A, B 2개의 부품이 직렬결합모델로 되어 있으면 이 기기가 제대로 기능을 발휘하기 위해서는 A와 B 2개의 부품이 모두 정상 작동하여야 한다.

03 n개의 구성요소 수명이 모두 같은 직렬모형시스템의 고장률은 각 부품(구성요소)의 고장률에 비해서 얼마나 증가하는가?

㉮ n배 증가 ㉯ $\frac{1}{n}$로 증가 ㉰ $2n$배 증가 ㉱ n승 증가

해설 2007(기사2회차)

☞ ㉮ 직렬결합모델에서 전체 신뢰도 R_S는 $R_S = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)t} = e^{-\lambda_S \cdot t}$ 의 관계로부터 전체의 고장률 λ_S는 $\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots \lambda_n$ 식으로 구해진다.

04 고장률이 각각 λ_1, λ_2, λ_3인 부품 3개가 직렬로 연결되어 있을 때 시스템의 고장률은?

㉮ $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ ㉯ $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3$ ㉰ $1-(\lambda_1\lambda_2\lambda_3)$ ㉱ $1-(-\lambda_1)(1-\lambda_2)(1-\lambda_3)$

해설 2016(기사2회차) 등 총3회

☞ 직렬결합모델에서 $\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$

해답 01. ㉰ 02. ㉯ 03. ㉮ 04. ㉯

05 n 개의 부품으로 이루어지는 직렬시스템에서 각 부품의 고장률이 λ_1, λ_2, …, λ_n 일 때 각 부품의 중요도를 구하는 식으로 옳은 것은?

㉮ $W_i = \dfrac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$ ㉯ $W_i = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}{\lambda_i}$ ㉰ $W_i = \dfrac{1/\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n} 1/\lambda_i}$ ㉱ $W_i = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} 1/\lambda_i}{1/\lambda_i}$

해설 2019(기사3회차) 등 총2회

☞ n 개의 부품으로 결합된 직렬결합된 시스템의 고장률은 $\lambda_S = \sum \lambda_i$ 이다.

06 부품 5개로 이루어진 시스템이 직렬로 연결되어 있을 때 이 시스템의 MTBF는 약 얼마인가? (단, 각 부품의 고장률은 0.02, 0.01, 0.02, 0.01, 0.01이다.)

㉮ 15시간 ㉯ 7.3시간 ㉰ 14.3시간 ㉱ 11.6시간

해설 2019(기사1회차) 등 총2회

☞ n 개의 부품으로 결합된 직렬결합 시스템에서

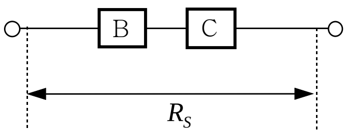
$$\lambda_S = \sum \lambda_i = 0.07/\text{시간이므로} \quad MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = 14.29 \text{ 시간}$$

07 시스템의 신뢰도나 시스템을 구성하는 구성품 간의 기능적 관련을 나타내는 것은?

㉮ 신뢰도배분 ㉯ FTA ㉰ 신뢰성블록도 ㉱ FMEA

해설 2004(기사3회차)

☞ 신뢰성블록도의 한 사례로서 직렬계 신뢰성블록도인 경우 그림과 같은 형태를 취한다.



08 λ_1=0.001, λ_2=0.001인 두 부품으로 구성된 직렬시스템에 있어서 t =100에서의 시스템의 신뢰도 R, 고장률 λ, MTTF를 구하면? (단, 고장은 지수분포를 따름)

㉮ R =0.8187, λ = 0.002, MTTF=500 ㉯ R = 0.8187, λ = 0.001, MTTF=1,000

㉰ R =0.9048, λ =0.002, MTTF=500 ㉱ R =0.9048, λ =0.000001, MTTF=1,000

해설 2018(기사1회차) 등 총2회

☞ 고장이 지수분포를 따를 때

$$\lambda_S = \sum \lambda_i = 0.002, \quad R_S(t) = e^{-\lambda_S \cdot t} = e^{-0.002\times 100} = 0.8187, \quad MTTF = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{0.002} = 500$$

09 1,000시간당 평균고장률이 각각 2.8, 3.6, 10.2, 3.4인 부품 4개를 직렬결합으로 설계한다면 이 기기의 평균수명은 몇 시간인가? (단, 각 부품의 고장밀도함수는 지수분포를 따른다.)

㉮ 50 ㉯ 98 ㉰ 277 ㉱ 357

해답 05. ㉮ 06. ㉰ 07. ㉰ 08. ㉮ 09. ㉮

해설 2017(기사3회차) 등 총3회

☞ 각 부품의 고장밀도함수는 지수분포를 따르고, 직렬결합일 때

$\lambda_S = \sum \lambda_i$ =20/1,000시간=0.02/시간이므로 $\hat{\theta} = \dfrac{1}{\lambda_S} = \dfrac{1}{0.02} = 50$ 시간

10 타이어의 평균고장률은 0.0001/km이다. 4개의 타이어를 부착한 승용차 타이어의 평균고장률은?

㉮ 1.0×10^{-4}/km ㉯ 1.5×10^{-4}/km ㉰ 2.5×10^{-4}/km ㉱ 4.0×10^{-4}/km

해설 2002(기사1회차)

☞ 4개의 타이어는 하나라도 펑크나면 자동차가 운행이 중단되므로 사실상 직렬연결과 같다.

$\lambda_S = \sum \lambda_i = 4 \times 0.0001 = 4 \times 10^{-4}$ (/km)

11 10개의 동일부품으로 구성되는 기기를 1,000시간 사용했을 때 이 기기의 신뢰도를 0.9로 하고 싶다. 10개의 부품 중 어느 하나라도 고장이 나면 이 기기의 기능은 상실된다. 구성부품의 평균고장률은? (단, 각 부품의 고장은 지수분포를 한다.)

㉮ 1.0×10^{-4}/hr ㉯ 1.0×10^{-5}/hr ㉰ 1.05×10^{-4}/hr ㉱ 1.05×10^{-5}/hr

해설 2004(기사2회차)

☞ $R_S(t=1{,}000) = e^{-\lambda_S t} = e^{-\lambda_S \times 1{,}000} = 0.9$ 에서 $-\lambda_S \times 1{,}000 = \ln 0.9 \rightarrow \lambda_S = \dfrac{-\ln 0.9}{1{,}000} = 1.05 \times 10^{-4}$/hr

이고, 어느 하나도 고장나면 안 되는 직렬시스템이므로 $\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$ 에서 $1.05 \times 10^{-4} = 10\lambda_i$

$\therefore \lambda_i = \dfrac{\lambda_S}{10} = 1.05 \times 10^{-5}$ (/hr)

12 어떤 삼륜차의 각각의 타이어가 파열될 확률은 0.04이다. 이 삼륜차 타이어 전체의 신뢰도는 약 얼마인가?

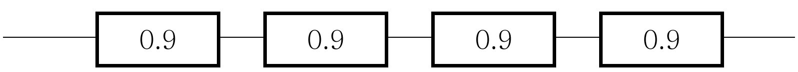
㉮ 0.88 ㉯ 0.93 ㉰ 0.96 ㉱ 0.98

해설 2009(기사3회차)

☞ ㉮ 삼륜차는 어느 타이어가 고장나더라도 운행이 중단되는 직렬계로 생각할 수 있으므로,

$R_S = R_1 \times R_2 \times R_3 = R_i^{\,3} = 0.96^3 = 0.8847$

13 그림과 같은 직렬모형 시스템의 신뢰도는 약 얼마인가? (단, 각 부품의 신뢰도는 0.9)



㉮ 0.6561 ㉯ 0.6781 ㉰ 0.6891 ㉱ 0.6981

해답 10. ㉱ 11. ㉱ 12. ㉮ 13. ㉮

해설 2018(기사3회차) 등 총2회

☞ ㉮ $R_S = \prod_{i=1}^{4} R_i = {R_i}^4 = (0.9)^4 = 0.6561$

14 5개의 부품이 직렬로 이루어진 시스템의 MTTF가 10^4 시간이상이 되려면 각 부품의 고장률은 얼마 이하이어야 하는가? (단, 모든 부품의 고장률은 동일하며, 지수분포를 따른다.)

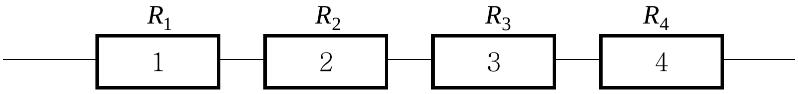
㉮ 5×10^4 /hr ㉯ 5×10^{-4}/hr ㉰ $\frac{1}{5} \times 10^4$/hr ㉱ $\frac{1}{5} \times 10^{-4}$ /hr

해설 2011(기사1회차)

☞ 지수분포를 따르고, 직렬결합일 때

$$MTTF = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\sum \lambda_i} = \frac{1}{5\lambda_0} \geq 10^4 \,(\mathrm{hr}) \rightarrow \lambda_0 \leq \frac{1}{5 \times 10^4} = \frac{1}{5} \times 10^{-4} \,(/\mathrm{hr})$$

15 그림과 같이 4개의 부품이 직렬구조로 연결되어 있을 경우 시스템의 신뢰도를 바르게 표현한 것은? (단, 각 부품의 신뢰도는 R_1, R_2, R_3, R_4 이다.)



㉮ $R_1 R_2 R_3 R_4$ ㉯ $1 - R_1 R_2 R_3 R_4$

㉰ $(1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)(1-R_4)$ ㉱ $1-(1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)(1-R_4)$

해설 2018(기사2회차) 등 총3회

☞ ㉮ 직렬결합인 경우에 시스템의 신뢰도는 각 부품 신뢰도의 곱으로 되며, 시스템의 신뢰성이 감소한다.

16 n 개의 부품이 직렬구조로 구성된 시스템이 있다. 각 부품의 수명분포가 지수분포를 따르며, 각 부품의 평균고장시간이 $MTTF_0$ 일 때 이 직렬구조 시스템의 평균고장시간은?

㉮ $MTTF_0$ ㉯ $\frac{MTTF_0}{2}$ ㉰ $n \times MTTF_0$ ㉱ $\frac{MTTF_0}{n}$

해설 2010(기사3회차)

☞ 직렬구조 모형은 $R_S = R_1 \cdot R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n)t} = e^{-\lambda_S t}$ 가 되므로,

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$$

λ_i 가 λ_0 로서 모두 동일한 경우 $\lambda_S = n\lambda_0$ 이다. 따라서 $MTTF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{n\lambda_0} = \frac{MTTF_0}{n}$

해답 14. ㉱ 15. ㉮ 16. ㉱

17 동일한 신뢰도를 가진 부품 10개가 이 중 하나라도 고장이 나면 전체가 작동되지 않도록 결합되어 만들어진 장치가 있다. 이 장치의 목표신뢰도가 0.9가 되도록 하려면 각 부품의 신뢰도는 얼마인가?

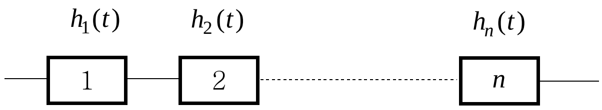
㉮ 0.99 ㉯ 0.9895 ㉰ 0.3487 ㉱ 0.2848

해설 2005(기사2회차)

☞ 하나라도 고장이 났을 때 전체가 작동되지 않는다면 직렬결합의 경우이므로, 시스템신뢰도

$R_S = (R_i)^n$ 에서 $0.9 = (R_i)^{10}$ ∴ 부품신뢰도 $R_i = (0.9)^{1/10} = 0.9895$

18 고장률함수가 $h(t)$, $i = 1, 2, \cdots, n$ 인 부품 n 개를 직렬연결하였다. 시스템의 고장률함수로 가장 올바른 것은?



㉮ $\sum_{i=1}^{n} h_i(t)$ ㉯ 고장분포함수가 지수분포가 아니면 구할 수 없다.

㉰ $h_1(t) \cdot h_2(t) \cdots h_n(t)$ ㉱ $\max[h_i(t)]$

해설 2016(기사1회차) 등 총3회

☞ 직렬결합일 때 시스템의 고장률함수는 $\lambda_S(t) = \sum \lambda_i(t) = \sum h_i(t)$

여기서, $h(t)$ 는 $\lambda(t)$ 와 같은 개념이다.

19 다음 설명 중 틀린 것은?

㉮ 부품의 고장률함수가 증가형인 직렬구조에서는 시스템의 고장률함수도 증가형이다.

㉯ 부품의 고장률함수가 증가형인 직렬구조에서의 고장률은 부품의 고장률함수가 상수일 때인 경우 보다 높다.

㉰ 병렬구조의 신뢰도는 단일부품의 신뢰도보다 항상 높다.

㉱ 직렬구조의 신뢰도는 단일부품의 신뢰도보다 낮지 않다.

해설 2015(기사3회차) 등 총2회

☞ ㉱ 직렬구조의 시스템신뢰도 $R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$ 는 단일부품의 신뢰도 R_i 보다 낮다.

[참조] 복잡한 시스템의 부품은 직렬결합모델로 볼 수 있기 때문에 $R_S = (R_i)^n$ 이 되어 신뢰도가 저하된다. 그렇기 때문에 신뢰성 증대 설계기술 및 관리기술이 필요하게 된다.

20 타이어의 평균고장률은 0.0001/km이다. 4개의 타이어를 부착한 승용차타이어의 평균고장률은 얼마인가?

㉮ 1×10^{-4} /km ㉯ 1.5×10^{-4} /km ㉰ 2.5×10^{-4} /km ㉱ 4×10^{-4} /km

해답 17. ㉯ 18. ㉮ 19. ㉱ 20. ㉱

해설 2002(기사1회차)

☞ 4개의 타이어 중에서 어느 하나라도 펑크가 나면 자동차는 주행불가이므로 4개의 타이어가 직렬결합된 경우라고 볼 수 있다. ∴ $\lambda_S = \sum \lambda_i = 4 \times \lambda_i = 4 \times 0.0001 = 4.0 \times 10^{-4}$ (/km)

21 직렬시스템의 신뢰도에 대한 설명으로 가장 거리가 먼 것은?

㉮ 시스템신뢰도는 구성컴포넌트 신뢰도의 곱으로 표현된다.

㉯ 시스템신뢰도는 구성컴포넌트의 신뢰도보다 클 수 없다.

㉰ 최소절단집합(MCS)의 개수는 구성컴포넌트의 개수보다 작다.

㉱ 최소경로집합(MPS)의 개수는 항상 한 개다.

해설 2015(기사1회차) 등 총3회

☞ ㉰ 최소절단집합의 개수는 구성컴포넌트의 개수와 같다.

① 절단집합(Cut Set) : FTA에서 정상사상의 고장을 야기시키는 기본사건들의 집합

② 최소절단집합(Minimal Cut Set) : 어느 기본사건을 제외시키면 나머지 사건들이 더 이상 절단집합이 안 됨.

③ 경로집합(Path Set) : 절단집합이 아닌 집합(dual set). 이 집합 중 어느 하나라도 성립되면 정상사상의 고장이 발생하지 않음.

④ 최소경로집합(Minimal Path Set) : 만일 경로집합에서 어느 사건이라도 제거될 경우 나머지 사건들이 더 이상 경로집합이 아님.

22 다음 설명 중 틀린 것은?

㉮ 부품의 고장률함수가 증가형인 직렬구조에서는 시스템의 고장률함수도 증가형이다.

㉯ 병렬구조의 신뢰도는 항상 단일부품의 신뢰도보다 항상 높다.

㉰ 직렬구조의 신뢰도는 단일부품의 신뢰도보다 낮지 않다.

㉱ 대기형(stand-by)구조는 단일부품의 신뢰도보다 항상 높다(단, 전환스위치의 신뢰도는 문제가 안 됨).

해설 2004(기사3회차)

☞ ㉰ 직렬구조의 시스템 신뢰도는 $R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$ 이므로 시스템의 R_S 는 단일부품의 신뢰도 R_i 보다 클 수는 없다.

23 두 개의 부품이 직렬로 이루어진 시스템을 고려하자. 두 부품 모두 고장률이 시간당 2×10^{-4} 이라고 할 때 시스템이 100시간 이상 작동할 확률은 얼마인가?

㉮ $e^{-2\times10^{-2}}$ ㉯ $e^{-4\times10^{-2}}$ ㉰ $e^{-2\times10^{-4}}$ ㉱ $e^{-4\times10^{-4}}$

해설 2003(기사2회차)

☞ $R(t \geq 100) = \exp[-\lambda_S t] = \exp[-(4\times10^{-4})\times 100] = \exp[-4\times10^{-2}]$

여기서, $\lambda_S = \sum \lambda_i = (2\times10^{-4})\times 2 = 4\times10^{-4}$

해답 21. ㉰ 22. ㉰ 23. ㉯

24 어떤 기계를 500시간 작동시키면서 이에 가해지는 여러 가지 스트레스 S_i 에 대한 발생 빈도 n_i 를 조사하였더니 다음 표와 같다. 이 기계의 수명은 약 얼마인가?
(단, N_i 값은 파괴될 때까지의 반복횟수이다.)

S_i	S_5	S_4	S_3	S_2	S_1
n_i	0.5	0.8	2.5	4.0	8.3
N_i	3	10	15	30	50

㉮ 325시간 ㉯ 521시간 ㉰ 701시간 ㉱ 825시간

해설 2008(기사2회차)

☞ 이 기계의 고장데이터는 일반적으로 지수분포를 따르므로 수명은 $MTBF_S = 1/\lambda_S$ 이다.
그리고 각 스트레스별 고장률을 λ_i 라고 하고, 각 고장횟수는 파괴될 때까지의 반복횟수를 동일조건이 되도록 환산하여 계산한다. $\lambda_i = \dfrac{\text{고장횟수}}{\text{작동시간}} = \dfrac{r_i(=n_i\,/\,N_i)}{500}$ 이므로

$$\lambda_5 = \frac{8.3/50}{500} = 3.32\times10^{-4},\ \lambda_4 = \frac{4.0/30}{500} = 2.67\times10^{-4},\ \lambda_3 = \frac{2.5/15}{500} = 3.33\times10^{-4}$$

$$\lambda_2 = \frac{0.8/10}{500} = 1.60\times10^{-4},\ \lambda_1 = \frac{0.5/3}{500} = 3.33\times10^{-4} \text{ 이고}$$

일반적으로 제품은 그 제품의 기능을 수행하는데 꼭 필요한 부품들로만 구성되기 때문에 그의 신뢰도는 직렬결합 모델로 표현되므로 $\lambda_S = \sum \lambda_i = 14.25\times10^{-4}$ (회/시간)

$$\therefore\ MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\sum\lambda_i} = \frac{1}{14.25\times10^{-4}} = 701.75 \text{ (시간)}$$

25 10개 동일부품으로 구성되는 기기를 1,000시간 사용하였을 때 이 기기의 신뢰도가 0.95이었다. 10개의 부품 중 어느 하나라도 고장이 나면 이 기기의 기능은 상실된다. 기기를 구성하고 있는 부품 1개의 고장률은 약 얼마인가? (단, 각 부품의 고장은 지수분포를 한다.)

㉮ 5.12×10^{-5}/시간 ㉯ 5.12×10^{-6}/시간 ㉰ 1.05×10^{-4}/시간 ㉱ 1.05×10^{-5}/시간

해설 2009(기사1회차)

☞ $R_S = \exp[-\lambda_S t] = \exp[-\sum\lambda_i\times t] = \exp[-10\lambda t] = \exp[-10\lambda\times1{,}000] = 0.95$

양변에 자연대수를 취하면 $-10\lambda\times1{,}000 = \ln 0.95 = -0.05129$ $\therefore \lambda = 5.129\times10^{-6}$ (/시간)

5.2 병렬결합모델의 신뢰도

01 n 개의 부품이 병렬구조로 구성된 시스템이 있다. 각 부품의 신뢰도함수가 $R_0(t)$ 일 때 이 병렬구조시스템의 신뢰도함수 $R(t)$ 를 구하면?

해답 24. ㉰ 25. ㉯ | 01. ㉮

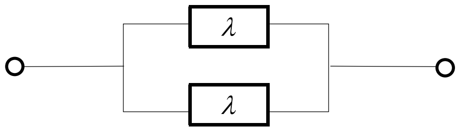
㉮ $R(t)=1-(1-R_0(t))^n$　　㉯ $R(t)=(1-R_0(t))$

㉰ $R(t)=R_0(t)^n$　　㉱ $R(t)=1-R_0(t)^n$

해설 2015(기사3회차) 등 총2회

☞ n 개 부품의 병렬구조는 부품 A, B 의 시스템 신뢰도 $R_S=1-(1-R_A)(1-R_B)$ 의 확장이다.

02 고장률 λ 를 가지는 리던던시 시스템을 그림과 같이 구성하였을 때 신뢰도함수 $R(t)$ 는?



㉮ $\frac{1}{2}\exp(-\lambda t)-\exp\left(-\frac{\lambda t}{2}\right)$　　㉯ $\exp(-\lambda t)-\exp\left(-\frac{\lambda t}{2}\right)$

㉰ $2\exp(-\lambda t)-\exp\left(-\frac{\lambda t}{2}\right)$　　㉱ $2\exp(-\lambda t)-\exp(-2\lambda t)$

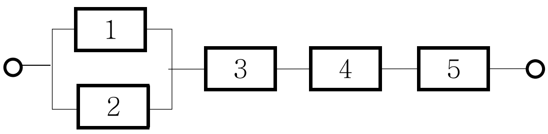
해설 2018(기사1회차) 등 총2회

☞ 고장시간이 지수분포를 따르는 2개의 부품이 병렬결합한 경우

$$R_S=1-(1-R_i)^2=1-(1-e^{-\lambda t})^2=1-(1-2e^{-\lambda t}+e^{-2\lambda t})=2e^{-\lambda t}-e^{-2\lambda t}$$

03 부품 i 의 신뢰성 중요도는 부품 i 의 신뢰성을 p_i 라 할 때 $\frac{R(p)}{p_i}$ 로 정의된다. 그림과 같은 신뢰성블록도를 갖는 시스템에서 부품 3의 신뢰성중요도는 얼마인가?

(단, 모든 부품의 신뢰성은 0.9이다.)



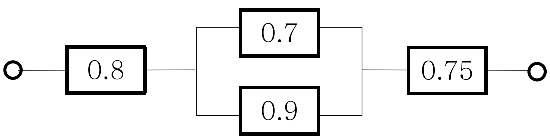
㉮ 0.8019　　㉯ 0.0801　　㉰ 0.891　　㉱ 0.0891

해설 2005(기사1회차)

☞ $R(p)=R_S=\left[R_1+R_2-R_1\times R_2\right]\times R_3\times R_4\times R_5=\left[0.9+0.9-0.9\times 0.9\right]\times 0.9^3=0.7217$

부품 3의 신뢰성 중요도$=\frac{R(p)}{p_i}=\frac{0.7217}{0.9}=0.8019$

04 다음과 같은 직·병렬 모형의 신뢰도를 구하면? (단, □안의 값이 신뢰도임)



㉮ 0.681　　㉯ 0.672　　㉰ 0.582　　㉱ 0.315

해답 02. ㉱　03. ㉮　04. ㉰

해설 2008(기사1회차) 등 총2회

☞ 병렬결합부분의 신뢰도 $R_p = 1-(1-0.7)(1-0.9) = 0.97$

∴ 시스템의 신뢰도 $R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i = 0.8 \times 0.97 \times 0.75 = 0.582$

05 고장률이 각각 10^{-3}/시간인 2개의 부품이 병렬로 결합되어 만들어진 기기의 전체 고장률은 얼마인가? (단, 단위는 10^{-4}/시간이다.)

㉮ 1.67이하 ㉯ 2.56이하 ㉰ 5.54이상 ㉱ 6.70이상

해설 2005(기사2회차)

☞ 평균고장률이 같은 2개 부품이 병렬결합이 되어 있을 때

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0} = \frac{3}{2\times10^{-3}} = 1{,}500 \rightarrow \therefore\ \lambda_S = 6.67\times10^{-4}\ (/시간)$$

06 MTTF 10,000시간을 갖는 세 개의 부품이 병렬로 연결된 시스템의 MTTF는 얼마인가?

㉮ 1,333.333시간 ㉯ 13,333.333시간 ㉰ 18,333.333시간 ㉱ 1,833.333시간

해설 2019(기사1회차) 등 총3회

☞ 개별부품의 수명을 θ_0, 시스템의 평균수명 $\theta_S = MTTF_S = \frac{1}{\lambda_S}$ 이라면,

$$MTTF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_0}{i} = \theta_0\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = MTTF_0\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = 10{,}000\times\frac{11}{6} = 18{,}333.333$$

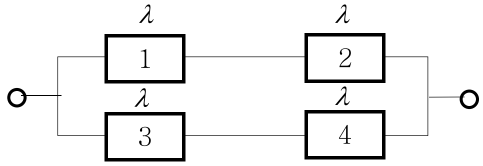
07 고장률이 동일한 부품 세 개가 병렬로 연결되어 있을 때 시스템고장률은?

㉮ $\frac{3}{\lambda}$ ㉯ $\frac{\lambda}{3}$ ㉰ $\frac{11}{6\lambda}$ ㉱ $\frac{6\lambda}{11}$

해설 2007(기사2회차) 등 총2회

☞ $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{\lambda}+\frac{1}{2\lambda}+\frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda} \rightarrow \therefore\ \lambda_S = \frac{6\lambda}{11}$

08 지수분포의 수명을 갖는 부품 4개를 그림과 같이 연결하였다. 시스템의 평균수명은 얼마인가? (단, 각 부품의 고장률은 λ 이다.)



㉮ $\frac{1}{2\lambda}$ ㉯ $\frac{2}{3\lambda}$ ㉰ $\frac{3}{4\lambda}$ ㉱ $\frac{1}{\lambda}$

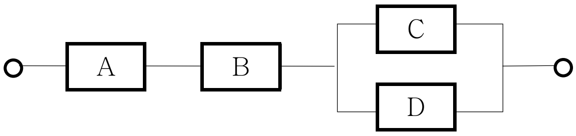
해답 05. ㉱ 06. ㉰ 07. ㉱ 08. ㉰

해설 2008(기사2회차) 등 총2회

☞ 수명분포가 지수분포를 따르고, 직렬결합부분의 고장률이 $\lambda_S = \sum_{i=1}^{2}\lambda_i = \sum_{i=3}^{4}\lambda_i = 2\lambda$ 이므로,

2조의 λ_0가 병렬결합된 형태가 된다. $\therefore\ \hat{\theta}_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0} = \frac{3}{2\times 2\lambda} = \frac{3}{4\lambda}$

09 고장밀도함수가 지수분포를 따를 때 그림과 같이 결합된 시스템의 전체 평균고장률은 얼마인가? (단, λ_A=0.2×10^{-4}/시간, λ_B=0.7×10^{-4}/시간, $\lambda_C = \lambda_D$=0.15×10^{-4}/시간)



㉮ 0.15×10^{-4}/시간 ㉯ 0.2×10^{-4}/시간 ㉰ 0.7×10^{-4}/시간 ㉱ 1×10^{-4}/시간

해설 2003(기사2회차)

☞ C, D가 병렬결합된 부분에서 $\frac{1}{\lambda_p} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0} = \frac{3}{2\times(0.15\times10^{-4})} = 100{,}000 \ \rightarrow\ \lambda_p = 0.1\times10^{-4}$

시스템을 직렬결합으로 되면 $\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_p = (0.2+0.7+0.1)\times10^{-4} = 1\times10^{-4}$ (/시간)

10 어떤 시스템이 6개의 서브시스템을 병렬로 결합되어 구성되었다. t=100시간에서 각 서브시스템의 신뢰도는 0.90이라 한다. t=100시간에서 시스템의 신뢰도는?

㉮ (1-0.9)^6 ㉯ 1-(1-0.9)^6 ㉰ 1-(0.9)^6 ㉱ (0.9)^6

해설 2012(기사3회차) 등 총3회

☞ 병렬결합시스템에서 $R_S(t) = 1-\prod_{i=1}^{n}(1-R_i) = 1-(1-0.9)^6$

11 동일한 신뢰도를 가진 부품 2개 중 어느 하나만 작동되면 전체가 작동되도록 결합되어 만들어진 장치가 있다. 이 장치의 목표신뢰도가 0.95가 되려면 각 부품의 신뢰도는 약 얼마이어야 하겠는가?

㉮ 0.0500 ㉯ 0.2236 ㉰ 0.7764 ㉱ 0.9500

해설 2018(기사3회차) 등 총3회

☞ 지수분포를 따르는 2개 부품의 병렬결합 때 부품신뢰도

$R_S = 1-(1-R_i)^2 = 0.95$ 에서 R_i =0.7764

12 동일한 5개 기기(component)로 시스템을 구성하고자 한다(기기고장률=1.5×10^{-3}/hr). 병렬로 구성한 경우에 시스템이 800시간 이상 작동할 확률을 구하면?

㉮ 0.999 ㉯ 0.993 ㉰ 0.833 ㉱ 0.302

해답 09. ㉱ 10. ㉯ 11. ㉰ 12. ㉰

해설 2003(기사3회차)

☞ 개별 기기의 신뢰도는 $R(t)=e^{-\lambda t}=e^{-(1.5\times10^{-3})\times800}=e^{-1.2}=0.3012$ 이므로,

$$\therefore \ R_S=1-\prod_{i=1}^{5}(1-R_i)=1-(1-0.3012)^5=0.8334$$

13 2개의 부품 중 어느 하나만 작동하면 장치가 작동되는 경우 장치의 신뢰도를 0.96이상이 되게 하려면 각 부품의 신뢰도는 최소 얼마 이상이 되어야 하는가?
(단, 각 부품의 신뢰도는 동일하다.)

㉮ 0.76 ㉯ 0.80 ㉰ 0.85 ㉱ 0.90

해설 2019(기사3회차) 등 총4회

☞ ㉯ 지수분포를 따르는 2개 부품의 병렬결합 때 $R_S=1-(1-R_i)^2\geq0.96$ 에서 $R_i\geq0.80$

14 2개의 부품이 병렬구조로 구성된 시스템이 있다. 각 부품의 고장률이 각각 λ_1=0.02, λ_2=0.04일 때 이 시스템의 MTTF를 구하면?

㉮ 75.0 ㉯ 70.5 ㉰ 63.3 ㉱ 58.3

해설 2017(기사2회차) 등 총2회

☞ 고장시간이 지수분포를 따를 때 2개의 부품이 병렬결합된 경우

$$MTTF_S=\frac{1}{\lambda_S}=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}=\frac{1}{0.02}+\frac{1}{0.04}-\frac{1}{0.02+0.04}=58.33$$

15 고장시간이 지수분포를 따르고, 평균수명이 100시간인 2개의 부품이 병렬결합모델로 구성되어 있을 때 150시간 후의 신뢰도는 약 얼마인가?

㉮ 0.368 ㉯ 0.487 ㉰ 0.513 ㉱ 0.632

해설 2007(기사3회차)

☞ 고장시간이 지수분포를 따르고 평균수명이 100시간인 2개 부품이 병렬결합되어 있을 때

병렬결합시스템의 $MTBF_S$는 $MTBF_S=\frac{1}{\lambda_S}=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$ 이고, 이 식에서

$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_0$라면 $MTBF_S=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0}$ 이 된다. $MTBF_S=\frac{1}{\lambda_S}=\frac{3}{2\lambda_0}=\frac{3}{2(1/100)}=150$에서

$\lambda_S=\frac{1}{150}$이므로 $R(t)=e^{-\lambda_S\cdot t}=e^{-(1/150)\times150}=0.368$

16 고장률이 0.001/시간으로 일정한 장치를 100시간 사용하면 신뢰도는 0.9가 된다. 이 장치 2개를 병렬결합 모델로 결합하여 시스템을 만들었다면 이 장치 1개를 사용한 시스템과 비교하면 평균수명은 몇 배로 되는가?

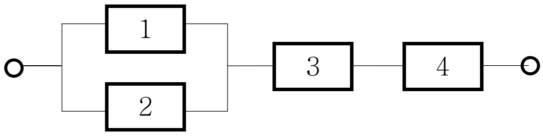
㉮ 0.5 ㉯ 1.0 ㉰ 1.5 ㉱ 2.0

해설 2011(기사2회차)

해답 13. ㉯ 14. ㉱ 15. ㉮ 16. ㉰

☞ 2개 장치의 병렬결합인 때 $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_0}$

17 그림과 같은 신뢰성블록도의 MTTF는 얼마인가? (단, 이들 부품의 MTTF는 10^4 시간)



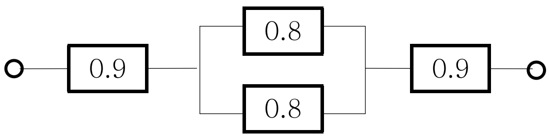
㉮ 2×10^4 ㉯ $\frac{1}{4}\times1^{4}0$ ㉰ $\frac{12}{5}\times10^4$ ㉱ $\frac{3}{8}\times10^4$

해설 2006(기사1회차)

☞ 각 부품의 MTTF는 동일하므로 고장률을 $\lambda_i = \lambda_0$ 라 두면 1개 부품의 $\text{MTTF}_i = \frac{1}{\lambda_0} = 10^4$ 에서 1개 부품의 평균고장률 $\lambda_i = 10^{-4}$ 이고, 2개 부품의 병렬결합부분의 $\frac{1}{\lambda_p} = \frac{3}{2\lambda_0} = \frac{3}{2\times10^{-4}}$ 에서 $\lambda_p = \frac{1}{15{,}000}$ 이다. 시스템의 평균고장률 $\lambda_S = \lambda_p + \lambda_3 + \lambda_4 = \frac{1}{15{,}000} + 10^{-4}\times 2 = \frac{1}{3{,}750}$

∴ 시스템의 $\text{MTTF}_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{1/3{,}750} = 3{,}750$ 시간

18 그림과 같이 구성된 시스템의 신뢰도는?



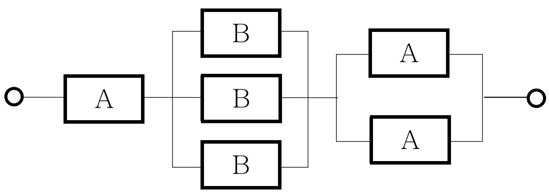
㉮ $0.9\times[1-(1-0.8)^2]\times0.9$ ㉯ $0.9\times(0.8)^2\times0.9$

㉰ $0.9+(0.8)^2\times0.9$ ㉱ $(1-0.9)\times(0.8)^2\times(1-0.9)$

해설 2019(기사3회차) 등 총2회

☞ 병렬 부분 신뢰도 $R_P = 1-(1-0.8)^2$ → 시스템 신뢰도 $R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i = 0.9\times[1-(1-0.8)^2]\times0.9$

19 그림에서 시스템의 신뢰도는 약 얼마인가? (단, A와 B의 신뢰도는 각각 0.9와 0.8이다.)



㉮ 0.8624 ㉯ 0.8839 ㉰ 0.9027 ㉱ 0.9907

해답 17. ㉱ 18. ㉮ 19. ㉯

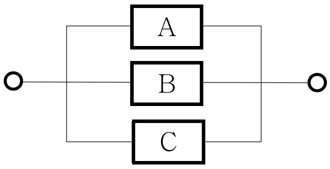
해설 2018(기사2회차) 등 총2회

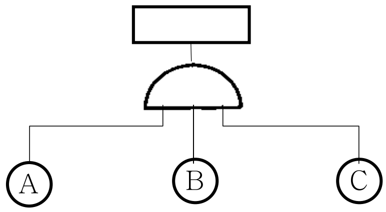
☞ 부품 B의 병렬결합부분의 신뢰도 $R_{P_1}=1-(1-0.8)^3=0.992$

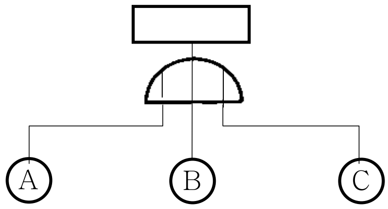
부품 A의 병렬결합부분의 신뢰도 $R_{P_2}=1-(1-0.9)^2=0.99$

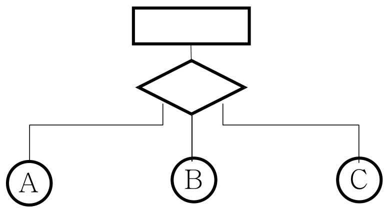
시스템의 신뢰도 $R_S=R_A\times R_{P_1}\times R_{P_2}=0.9\times 0.992\times 0.99=0.8839$

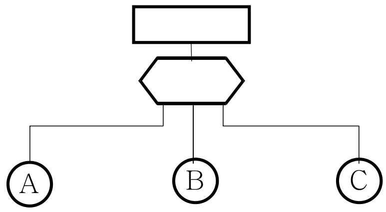
20 다음 신뢰성 블록도에 맞는 FT도는?



㉮ 

㉯ 

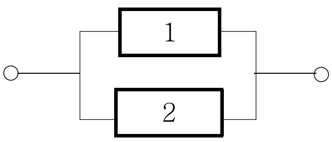
㉰ 

㉱ 

해설 2002(기사1회차)

☞ 신뢰성 블록도에서의 병렬연결은 전부 다 고장이 나야 시스템이 고장나므로 FT도에서는 AND gate가 된다.

21 지수분포에 따르는 부품 2개를 그림과 같이 병렬로 연결하였을 때 이 시스템의 평균수명은? (단, 1, 2 부품의 고장률은 각각 λ_1, λ_2 이다.)



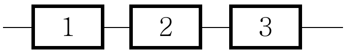
㉮ $\dfrac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$ ㉯ $\dfrac{1}{\lambda_1}+\dfrac{1}{\lambda_2}$ ㉰ $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\lambda_1}+\dfrac{1}{\lambda_2}}$ ㉱ $\dfrac{1}{\lambda_1}+\dfrac{1}{\lambda_2}-\dfrac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$

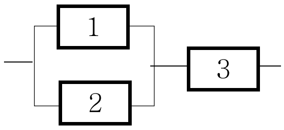
해설 2010(기사3회차) 등 총2회

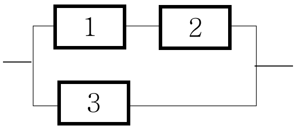
☞ ㉱ 2개 부품의 병렬결합 시스템의 $MTBF_S=\dfrac{1}{\lambda_S}=\dfrac{1}{\lambda_1}+\dfrac{1}{\lambda_2}-\dfrac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$

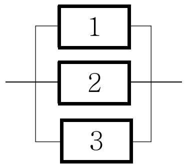
해답 20. ㉮ 21. ㉱

22 다음 시스템에서 개개 부품의 신뢰성이 모두 같다면 시스템의 신뢰성이 가장 높은 것은?

㉮ 

㉯ 

㉰ 

㉱ 

해설 2005(기사2회차)

☞ 일례로서, 각 부품의 신뢰도를 0.9라 하여 계산해 본다.

㉮ $R_S = 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.729$, ㉯ $R_S = [1-(1-0.9)^2] \times 0.9 = 0.891$

㉰ $R_S = 1-(1-0.9\times 0.9)(1-0.9) = 0.981$, ㉱ $R_S = 1-(1-0.9)^3 = 0.999$

23 MTTF가 50,000시간인 3개 부품이 병렬로 연결된 시스템의 MTTF는 약 몇 시간인가?

㉮ 13333.33 ㉯ 18333.33 ㉰ 47666.47 ㉱ 91666.67

해설 2014(기사1회차) 등 총2회

☞ ㉱ $MTTF = \dfrac{1}{\lambda}$ 의 관계식으로부터, 부품의 고장률을 λ_0라 할 때

$$MTTF_S = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{2\lambda_0} + \frac{1}{3\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = MTTF_0 \times \frac{11}{6} = 50{,}000 \times \frac{11}{6} = 91{,}666.67 \text{ 시간}$$

24 시스템의 MTBF를 2배로 증가시키기 위해서는 몇 개 이상의 동일 부품을 병렬로 연결하여야 하는가? (단, 부품의 수명은 지수분포를 따른다.)

㉮ 2 ㉯ 3 ㉰ 4 ㉱ 6

해설 2019(기사2회차) 등 총2회

☞ 병렬결합 모델의 시스템 신뢰도는 $MTBF_S = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{\theta_0}{i}$ 의 관계식으로부터

$$MTBF_S = \sum_{i=1}^{4} \frac{\theta_0}{i} = \theta_0\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = \theta_0 \times \frac{25}{12} = 2.08\theta_0 \rightarrow n=4 \text{ 개이상 필요}$$

25 고장률이 λ로 동일한 n개 부품이 병렬로 연결될 때 시스템의 평균수명을 표현한 식은?

㉮ $\dfrac{n}{\lambda}$ ㉯ $\dfrac{\lambda}{n}+\dfrac{1}{n\lambda}$ ㉰ $\dfrac{\lambda}{n}-\dfrac{1}{n\lambda}$ ㉱ $\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{2\lambda}+\dfrac{1}{3\lambda}+\cdots+\dfrac{1}{n\lambda}$

해설 2012(기사1회차) 등 총2회

☞ $$MTBF_S = \sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_0}{i} = \theta_0\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

해답 22. ㉱ 23. ㉱ 24. ㉰ 25. ㉱

26 평균고장률이 동일한 0.001/시간인 장치 2개가 둘 중 어느 하나만 작동하면 기능을 발휘하도록 만들어진 시스템이 있다. 평균수명은 몇 시간인가?

㉮ 500 ㉯ 1,000 ㉰ 1,500 ㉱ 2,000

해설 2003(기사3회차)

☞ 2개 부품의 수명분포가 지수분포를 따르고, 2개 부품이 병렬결합인 경우 시스템의 θ_S 는

$$\theta_S = MTBF_S = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\lambda_0} = \frac{3}{2}\times\frac{1}{0.001} = 1{,}500 \text{ (시간)}$$

5.3 특수결합모델의 시스템 신뢰도

◈ m route 시스템 신뢰도 ◈

01 규정시간을 사용하였을 때의 부품의 신뢰도가 0.45밖에 되지 않는다. 그런데 이 부품이 사용되는 곳의 신뢰도는 0.95가 되어야 한다. 따라서 병렬리던던시 설계에 의거 이 부품이 사용되는 곳의 신뢰도를 증대시키려고 한다.
신뢰성목표치의 달성을 위해서는 몇 개의 부품을 병렬로 연결하여야 하는가?

㉮ 2 ㉯ 3 ㉰ 4 ㉱ 5

해설 2003(기사1회차)

☞ 부품중복의 m route 병렬리던던시 설계의 경우이며, $R_S = 1-(1-R)^m$ 의 관계식으로부터

$$0.95 = 1-(1-0.45)^m \rightarrow m\log 0.55 = 0.05 \quad \therefore\ m = \frac{\log 0.05}{\log 0.55} = 5$$

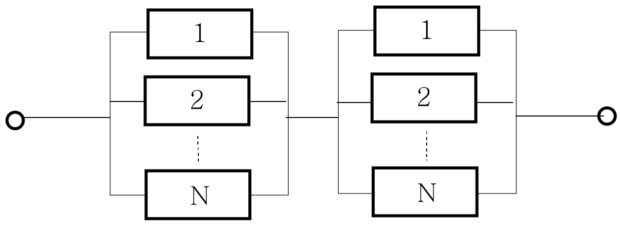
02 어떤 부품의 요구신뢰도는 0.96인데 시중에서 구입가능한 이 부품의 신뢰도는 0.8밖에 되지 않는다. 이 부품이 사용되는 부분에 병렬리던던시를 적용한다면 요구 병렬부품수 n 은?

㉮ 1 ㉯ 2 ㉰ 3 ㉱ 4

해설 2006(기사2회차)

☞ 부품중복방식에서 $R(t) = 1-(1-R_i)^n$ 에서 $0.96 = 1-(1-0.8)^n \rightarrow \therefore\ n = \frac{\log 0.04}{\log 0.2} = 2$

03 다음과 같은 신뢰성 블록도를 갖는 시스템의 신뢰성이 0.999이상이 되려면 N은 최소 얼마 이상이 되어야 하는가? (단, 모든 부품의 신뢰성은 0.9이다.)



㉮ 2 ㉯ 3 ㉰ 4 ㉱ 5

해설 2015(기사2회차) 등 총2회

해답 26. ㉰ | 01. ㉱ 02. ㉯ 03. ㉰

☞ ㉰ $R_S = [1-(1-R_i)^N]^2 \geq 0.999 \rightarrow 1-(1-R_i)^N \geq \sqrt{0.999} \rightarrow (1-R_i)^N \leq 1-\sqrt{0.999}$

$\rightarrow N\log(1-R_i) \leq \log(1-\sqrt{0.999}) \rightarrow N\log(1-0.9) \leq \log(1-\sqrt{0.999})$

$\rightarrow -N \leq -3.3 \rightarrow N \geq 3.3 \rightarrow N = 4$ 개

◈ n 중 k (k out of n) 시스템 신뢰도 ◈

04 m/n 계 리던던시에 대한 설명으로 가장 올바른 것은?

㉮ $m=1$일 때에는 병렬리던던시가 된다. ㉯ $m=2$일 때에는 병렬리던던시가 된다.

㉰ $n-m$ 개의 병렬리던던시를 말한다. ㉱ $m=n$ 일 때 병렬리던던시가 된다.

해설 2017(기사3회차) 등 총4회

☞ m/n 계 리던던시는 n 중 m(m out of n) 리던던시와 같은 표현 방법이다. 즉, n 중 k (k out of n) 시스템 신뢰도는 n 개 중 k개만 작동하면($1 \leq k \leq n$) 시스템이 작동하는 경우 각 구성품의 신뢰도를 R 이라 하면 시스템 신뢰도는 $R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$ 이다.

☞ ㉱ $m=n$ 이면 직렬리던던시가 된다.

05 다음 중 가장 올바른 내용은 어느 것인가?

㉮ n 중 k 시스템에서 $k=1$ 이면 직렬시스템 ㉯ n 중 k 시스템에서 $k=n$ 이면 병렬시스템

㉰ n 중 k 시스템은 k 개 중에서 n 개 이하 작동하면 시스템도 작동한다.

㉱ n 중 k 시스템은 n 개 중에서 k 개 이상 작동하면 시스템도 작동한다.

해설 2003(기사2회차)

☞ ㉮ n 중 k 시스템에서 $k=1$이면 병렬시스템이다.

㉯ n 중 k 시스템에서 $k=n$ 이면 직렬시스템이다.

㉱ n 중 k 시스템 신뢰도는 n 개 중 k개만 작동하면($1 \leq k \leq n$) 시스템이 작동하는 경우 각 구성품의 신뢰도를 R 이라 하면 시스템 신뢰도는 $R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$ 이다.

06 엔진의 신뢰도는 0.9이고, 엔진의 반수 이상이 작동되면 비행이 가능할 때 신뢰도가 가장 큰 것은?

㉮ 단발비행기 ㉯ 쌍발비행기 ㉰ 4발비행기 ㉱ 비교 불가능하다.

해설 2002(기사2회차)

☞ n 중 k 시스템에서 시스템의 신뢰도 R_S 는 $R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i \, R^i (1-R)^{n-i}$ 의 관계식으로부터 $1 \leq k \leq n$ 의 조건에서 쌍발비행기는 $k \geq 1$, 4발비행기는 $k \geq 2$ 이면 과반수이상 작동된다.

해답 04. ㉮ 05. ㉱ 06. ㉰

☞ ㉮ 단발비행기 : 0.9 ㉯ 쌍발비행기($k \ge 1$) : ${}_2C_1 \times 0.9^1 \times 0.1^1 + {}_2C_2 \times 0.9^2 \times 0.1^0 = 0.99$

㉰ 4발비행기($k \ge 2$) : ${}_4C_2 \times 0.9^2 \times 0.1^2 + {}_4C_3 \times 0.9^3 \times 0.1^1 + {}_4C_4 \times 0.9^4 \times 0.1^0 = 0.9963$

07 3 중 2 중복시스템에서 부품이 모두 고장률 λ인 지수분포를 따른다면, 시간 t에서 이 시스템의 신뢰도는?

㉮ $e^{2\lambda t}(1+2e^{\lambda t})$ ㉯ $e^{-2\lambda t}(3+2e^{-\lambda t})$ ㉰ $e^{-\lambda t}(3+2e^{-2\lambda t})$ ㉱ $e^{-2\lambda t}(3-2e^{-\lambda t})$

해설 2011(기사1회차) 등 총3회

☞ $R_S = \sum_{i=2}^{3} {}_3C_i R^i (1-R)^{3-i} = {}_3C_2 R^2 (1-R)^1 + {}_3C_3 R^3 (1-R)^0 = 3R^2(1-R) + R^3 = R^2(3-2R)$

$= e^{-2\lambda t}(3-2e^{-\lambda t})$ [참조] ${}_3C_2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3\times2\times1}{(2\times1)\times1} = 3$, ${}_3C_3 = 1$

08 각 요소의 신뢰도가 0.9인 3중 2(2 out of 3) 시스템의 신뢰도를 구하면?

㉮ 0.9437 ㉯ 0.9963 ㉰ 0.972 ㉱ 0.81

해설 2018(기사1회차) 등 총4회

☞ $R_S = \sum_{i=2}^{3} \binom{3}{i} R^i (1-R)^{3-i} = \binom{3}{2} 0.9^2 (1-0.9)^{3-2} + \binom{3}{3} 0.9^3 (1-0.9)^{3-3} = 0.972$

여기서, $\binom{3}{2} = {}_3C_2 = \frac{3!}{2!\times(3-2)!} = \frac{3\times2\times1}{(2\times1)\times1} = 3$, ${}_3C_3 = 1$

또는 $R_S = (3-2R)R^2 = (3-2\times0.9)\times0.9^2 = 0.972$

09 n 중 k 시스템에서 각 부품의 신뢰도가 $R(t) = e^{-\lambda t}$일 때 시스템의 평균수명은?

㉮ $\frac{\lambda}{kn}$ ㉯ $\lambda\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots \frac{1}{n}\right)$

㉰ $\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots \frac{1}{n}\right)$ ㉱ $\frac{1}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots \frac{1}{n}\right)}$

해설 2013(기사3회차) 등 총2회

☞ 만일 $R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/\theta}$의 지수분포에 따른다면 시스템의 $MTBF_S$는 다음과 같이 된다.

$$MTBF_S(=\theta_S) = \sum_{i=k}^{n} \frac{\theta}{i} = \theta_0 \cdot \sum_{i=k}^{n} \frac{1}{i} = MTBF_0\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$$

10 신뢰도가 0.9인 부품 2개를 결합하여 만든 장치가 2개 부품 중 어느 하나만 작동하면 기능을 발휘한다고 할 때 이 장치의 신뢰도는 약 얼마인가?

㉮ 0.19 ㉯ 0.81 ㉰ 0.90 ㉱ 0.99

해답 07. ㉱ 08. ㉰ 09. ㉰ 10. ㉱

해설 2009(기사2회차)

☞ n 중 k 시스템 $R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i\ R^i (1-R)^{n-i}$ 의 관계식으로부터 2 중 1 시스템 신뢰도의 경우이다. $R_S = {}_2C_1 (0.9)^1 (0.1)^1 + {}_2C_2 (0.9)^2 (0.1)^0 = 0.99$

11 각 부품의 신뢰도는 r 로 동일한 경우, 5 중 4 시스템의 신뢰도는?

㉮ $3r^2 - 2r^3$　㉯ $4r^5 - 5r^4$　㉰ $5r^4 - 4r^5$　㉱ $5r^5 - 4r^4$

해설 2009(기사3회차)

☞ ㉰ $R_S = \sum_{i=4}^{5} {}_nC_i r^i (1-r)^{n-i} = {}_5C_4 r^4 (1-r)^1 + {}_5C_5 r^5 (1-r)^0$

$= 5r^4(1-r)^1 + r^5 = 5r^4 - 5r^5 + r^5 = 5r^4 - 4r^5$

12 하나의 부품신뢰도가 R 인 n 중 k 구조(k out of n redundancy)의 시스템신뢰도는? (단, $1 \le k \le n$)

㉮ $\sum_{y=k}^{n} \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y}$　㉯ $\binom{n}{k} R^k (1-R)^{n-k}$

㉰ $1 - \sum_{y=0}^{k} \binom{n}{y} R^k (1-R)^{n-y}$　㉱ $\sum_{y=k}^{n} \binom{n}{y} (1-R)^y R^y$

해설 2019(기사1회차) 등 총3회

☞ ㉮ n개 중 k개 시스템의 신뢰도 $R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$ 와 비교하면 편리함.

13 2 out of 3 중복시스템에서 부품이 모두 고장률이 λ 인 지수분포를 따른다면 이 시스템의 신뢰도는?

㉮ $e^{-2\lambda t} + 2e^{-2\lambda t}$　㉯ $3e^{-2\lambda t} + 2e^{-3\lambda t}$

㉰ $e^{-2\lambda t} + (3 - 2e^{-2\lambda t})$　㉱ $e^{-2\lambda t}(3 - 2e^{-\lambda t})$

해설 2008(기사3회차) 등 총2회

☞ $R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$ 에서 2 out of 3 시스템의 신뢰도는

$$R_S = \sum_{i=2}^{3} {}_3C_i R^i (1-R)^{3-i} = {}_3C_2 R^2 (1-R)^1 + {}_3C_3 R^3 (1-R)^0 = 3R^2(1-R) + R^3 = R^2(3-2R)$$

$= e^{-2\lambda t}(3 - 2e^{-\lambda t})$　(여기서, ${}_3C_2 = \dfrac{3!}{2!(3-2)!} = \dfrac{3\times2\times1}{(2\times1)\times1} = 3$, ${}_3C_3 = 1$)

해답 11. ㉰　12. ㉮　13. ㉱

14 아이템의 신뢰도가 모두 0.9인 3 out of 4 시스템의 신뢰도는 약 얼마인가?

㉮ 0.996 ㉯ 0.972 ㉰ 0.948 ㉱ 0.812

해설 2007(기사3회차)

☞ $R_S = \sum_{i=3}^{4} \binom{4}{i} R^i (1-R)^{4-i} \left(= \text{또는} \sum_{i=3}^{4} {}_4C_i R^i (1-R)^{4-i} \right)$

$= \binom{4}{3} 0.9^3 (1-0.9)^{4-3} + \binom{4}{4} 0.9^4 (1-0.9)^{4-4} = 0.9477$

◈ 대기결합모델의 시스템 신뢰도 ◈

15 여분의 부품이 처음부터 병렬로 연결되어 있지 않고 처음에는 부품1이 그 기능을 수행하다가 이것이 고장나면 여분의 부품2가 그의 기능을 인계받아 계속 기능을 수행하도록 결합되어 있는 구조는?

㉮ 병렬구조 ㉯ n 중 k 구조 ㉰ 직렬구조 ㉱ 대기결합구조

해설 2010(기사3회차)

☞ ㉱ 대기결합모델로 시스템을 구성하면 신뢰도가 증가하게 되는 성질을 대기(stand-by)리던던시라고 한다.

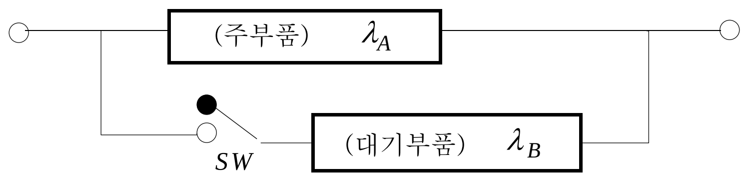
16 두 개의 부품 A와 B로 구성된 대기시스템이 있다. 두 부품의 고장률은 각각 $\lambda_A = 0.02$, $\lambda_B = 0.03$ 이다. 50시간까지 시스템이 작동할 확률은 약 얼마인가?

(단, 스위치의 작동확률은 1.00으로 가정한다.)

㉮ 0.264 ㉯ 0.343 ㉰ 0.657 ㉱ 0.736

해설 2018(기사3회차) 등 총3회

☞ 대기시스템의 신뢰도 계산 : λ_A, λ_B 가 서로 다를 경우



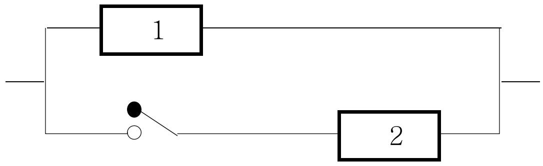
$$R_S = \frac{1}{\lambda_A - \lambda_B}\left(\lambda_A e^{-\lambda_B T} - \lambda_B e^{-\lambda_A T}\right)$$

$$= \frac{1}{0.02-0.03}\left(0.02 \times e^{-0.03\times 50} - 0.03 \times e^{-0.02\times 50}\right) = 3e^{-1} - 2e^{-1.5} = \frac{3}{e} - \frac{2}{e^{1.5}} = 0.657$$

17 동일한 고장률 λ 를 갖는 부품 2개를 그림과 같이 대기구조로 설계하였다. 각 부품의 고장분포는 지수분포이고 2번 부품이 대기부품이다. 시스템의 신뢰도함수는?

(단, 스위치(switch) 신뢰도 $R_{SW} = 1$)

해답 14. ㉰ 15. ㉱ 16. ㉰ 17. ㉱



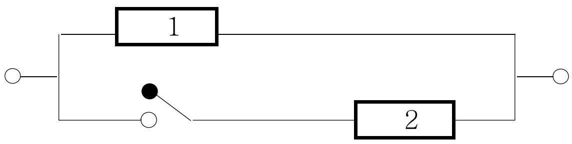
㉮ $e^{-2\lambda t}$　　㉯ $e^{-\lambda t}+e^{-2\lambda t}$　　㉰ $e^{-\lambda t}+\lambda te^{-2\lambda t}$　　㉱ $e^{-\lambda t}+\lambda te^{-\lambda t}$

해설 2012(기사2회차) 등 총2회

☞ $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$ 이고, 전환스위치 신뢰도 R_{SW} 를 고려한 경우

$$R_S=(1+R_{SW}\times\lambda t)e^{-\lambda t}=e^{-\lambda t}+\lambda te^{-\lambda t}\quad (\text{단, } R_{SW}=1)$$

18 다음 그림과 같이 스위치 시스템의 신뢰도 R_{SW} 가 1일 때 대기리던던시 시스템의 신뢰도함수 $R(t)$ 는 $R(t)=(1+\lambda t)\exp(-\lambda t)$ 이다. 고장률 λ 가 0.01회/시간일 때 이 시스템의 평균수명을 구하면 몇 시간인가?



㉮ 300　　㉯ 200　　㉰ 150　　㉱ 100

해설 과년도(기사기출)

☞ 수명분포가 지수분포를 따르는 경우이며, 시스템의 평균수명 $\widehat{MTBF}=\frac{2}{\lambda}=\frac{2}{0.01}=200$시간

19 지수분포를 따르는 수명을 갖고 평균고장률이 0.0001회/시간인 발전기를 1,000시간 사용하면 신뢰도가 0.905가 된다. 만일 발전소의 신뢰도를 높이기 위해 동일한 발전기 한 대를 대기리던던시 설계로 설치하였다면 발전소의 1,000시간에서의 신뢰도는 얼마인가?
(단, 전환스위치 신뢰도는 100%이다.)

㉮ 0.8100　　㉯ 0.9050　　㉰ 0.9910　　㉱ 0.9955

해설 2002(기사2회차)

☞ 스위치가 있는 대기리던던시 시스템의 신뢰도

$$R_S(t=1{,}000)=(1+R_{SW}\times\lambda t)R(t)=(1+0.0001\times1{,}000)\times0.905=0.9955$$

20 대기시스템에서 대기 중인 부품의 고장률을 0으로 가정하는 시스템을 무엇이라 하는가?

㉮ hot stand-by　　㉯ cold stand-by　　㉰ warm stand-by　　㉱ on-going stand-by

해설 2005(기사3회차)

☞ cold stand-by(냉대기)는 대기중인 부품이 절환시까지 동작의 정지 또는 휴지 상태로 있는 것이다.

해답 18. ㉯　19. ㉱　20. ㉯

21 대기구성요소를 늘 동작상태로 놓고 언제라도 절환할 수 있도록 되어 있는 것은?

㉮ 열대기　㉯ 온대기　㉰ 냉대기　㉱ 한대기

해설 2003(기사1회차)

☞ 대기리던던시에는 냉대기, 열대기, 온대기가 있다. 냉대기는 전원이 끊어진 상태에서의 대기, 온대기는 전원만 연결된 상태에서의 대기이다.

22 2개 부품을 대기중복으로 설계하는 경우 전환스위치의 신뢰도가 100%라면 전체시스템의 평균수명은 몇 배로 증가하는가? (단 구성부품의 고장률은 λ 임)

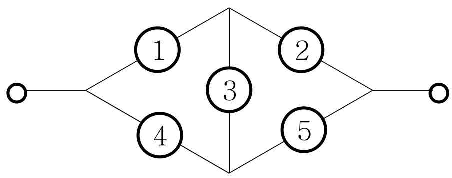
㉮ 1.5배　㉯ 2배　㉰ (1+ λt)배　㉱ λt 배

해설 2010(기사1회차) 등 총3회

☞ ㉯ 주부품 1개를 포함한 총부품수가 n 개로 구성된 대기중복시스템에서 각 부품의 수명시간 t 가 평균고장률 λ_0 인 지수분포를 따른다고 할 때 $MTBF_S = \frac{1}{\lambda_0} \times n = MTBF_0 \times n$ 의 관계식으로부터 $n = 2$ 이면 $MTBF_S$ 는 2배로 증가한다.

◈ 브리지구조의 시스템 신뢰도 ◈

23 5개의 부품을 그림과 같이 연결하였다. 다음 부품의 집합 중 컷(cut)이 아닌 것은?

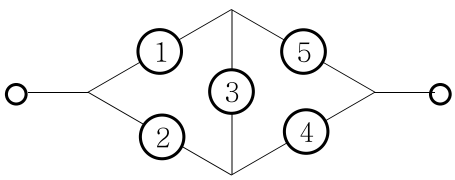


㉮ {①, ②}　㉯ {①, ④}　㉰ {②, ③, ⑤}　㉱ {②, ⑤}

해설 2004(기사3회차)

☞ ㉮ {①, ②}를 끊어도 시스템은 작동된다. 따라서 {①, ②}는 pass이다.
cut인 경우 : {①, ④}, {②, ⑤}, {①, ③, ④}, {②, ③, ⑤}
pass인 경우 : {①, ②}, {④, ⑤}, {①, ③, ⑤}, {④, ③, ②}

24 다음의 브리지구조에서 극소패스(minimal Path)가 아닌 것은?



㉮ {1, 5}　㉯ {4, 5}　㉰ {1, 3, 4}　㉱ {2, 3, 5}

해설 2002(기사1회차)

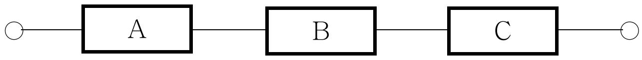
☞ pass는 시스템의 연결, cut은 시스템의 단절을 의미한다. 극소패스(minimal pass) 집합은 {1, 5}, {2, 4}이고, ㉯는 최소절단(minimal cut)에 해당한다.

해답 21. ㉮　22. ㉯　23. ㉮　24. ㉯

6. 품질경영기사 과년도 실기 [유사문제]

6.1 직렬결합모델의 신뢰도

01 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 200시간 사용하였을 경우 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가? (단, 부품의 고장은 상호 독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.)



λ_A =0.001/(시간), λ_B =0.002(/시간), λ_C =0.003(/시간)

해설 과년도(기사기출)

☞ 직렬시스템에서 고장률, 신뢰도

$$\lambda_S = \sum \lambda_i = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 0.001 + 0.002 + 0.003 = 0.006 \text{ (/시간)이므로}$$

$$R_S(t) = e^{-\lambda_S t} = e^{-0.006 \times 200} = 0.3012$$

02 어떤 전자회로는 5개의 정류기, 4개의 트랜지스터, 20개의 저항, 10개의 축전지가 직렬로 연결되어 구성되어 있고, 배선과 납땜은 고장나지 않는다고 한다. 이러한 부품들은 정상운용 상태에서 다음과 같은 고장률을 갖는다. 물음에 답하시오.
(단, 부품의 고장률은 상호독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.)

매 정류기 : λ_D : 5.0×10^{-6}(/시간)	매 트랜지스터 : λ_T : 1.0×10^{-5}(/시간)
매 저항 λ_R : 1.0×10^{-5}(/시간)	매 축전지 λ_C : 4.0×10^{-5}(/시간)

(1) 이 회로를 200시간 사용했을 때의 신뢰도를 구하시오. (2) 이 회로의 평균수명을 구하시오.

해설 2016(기사1회차) 등 총2회

☞ 직렬시스템의 신뢰도, 평균수명

(1) 200시간 사용하였을 때의 신뢰도

$$R_S(t) = e^{-\lambda_S t} = \exp[-(4.85 \times 10^{-4}) \times 200] = 0.9076$$

여기서, $\lambda_S = \sum (n_i \lambda_i) = 5 \times \lambda_D + 4 \times \lambda_T + 20 \times \lambda_R + 10 \times \lambda_C = 4.85 \times 10^{-4}$ (/시간)

(2) 평균수명 : $MTBF_S = \dfrac{1}{\lambda_S} = \dfrac{1}{4.85 \times 10^{-4}} = 2{,}061.86$ (시간)

03 어떤 시스템은 부품 A와 B로 결합되어 있으며, 이들 부품 중 어느 하나라도 고장인 경우에는 시스템이 고장난다고 한다. 부품 A의 수명은 N(50, 16)의 정규분포를 따르고, 부품 B의 수명은 N(60, 36)의 정규분포를 따를 때, 수명시간 t =45시간에서의 각 부품의 신뢰도와 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가?

해설 과년도(기사기출)

☞ 정규분포를 따를 때 부품 및 시스템의 신뢰도 계산

(1) 개별 부품의 신뢰도

① 부품 A의 신뢰도

$$R_A(t=45) = P_r(T \geq 45) = P_r\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geq \frac{45-\mu}{\sigma}\right) = P_r\left(U \geq \frac{45-50}{\sqrt{16}}\right) = P_r(U \geq -1.25) = 0.8944$$

② 부품 B의 신뢰도

$$R_B(t=45) = P_r(T \geq 45) = P_r\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geq \frac{45-\mu}{\sigma}\right) = P_r\left(U \geq \frac{45-60}{\sqrt{36}}\right) = P_r(U \geq -2.5) = 0.9938$$

(2) 직렬시스템의 전체 신뢰도 : $R_S(t=45) = R_A(t) \times R_B(t)$ =0.8944×0.9938=0.8889

04 1,000개의 부품으로 구성된 기기를 1,000시간 사용하였을 때의 신뢰도를 0.9로 유지하고 싶다. 신뢰도가 지수분포에 따르는 경우 부품의 평균고장률을 구하시오.

해설 2008(기사2회차)

☞ $R(t=1{,}000) = 0.9 = e^{-n\lambda t} = e^{-1{,}000\times\lambda\times t} \rightarrow 0.9 = e^{-1{,}000\times\lambda\times 1{,}000} \rightarrow \lambda = 1.0536\times 10^{-7}$ (/시간)

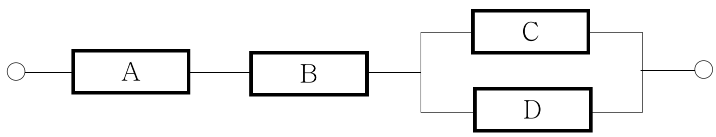
6.2 병렬결합모델의 신뢰도

01 상호독립적이고 동일한 5개의 부품으로 구성된 병렬시스템에서 시스템의 신뢰도가 0.99 이어야 한다면 신뢰도는 얼마이어야 되는가?

해설 2016(기사1회차) 등 총3회

☞ $R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^{5}(1-R_i) = 1-(1-R_i)^5 = 0.99$ 로부터 $(1-R_i)^5 = 0.01 \rightarrow \therefore\ R_i = 0.602$

02 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 100시간 사용하였을 경우 시스템의 신뢰도는 얼마인가? (단, λ_A=0.3×10^{-3}시간, λ_B=0.4×10^{-3}시간, λ_C=0.8×10^{-3}시간, λ_D=0.1×10^{-3}시간)



해설 2018(기사3회차) 등 총2회

☞ 시스템의 전체 신뢰도 : $R_S = R_A \times R_B \times R_p = 0.9704\times 0.9608\times 0.9992 = 0.9316$

여기서, A, B, C, D의 개별 신뢰도의 계산

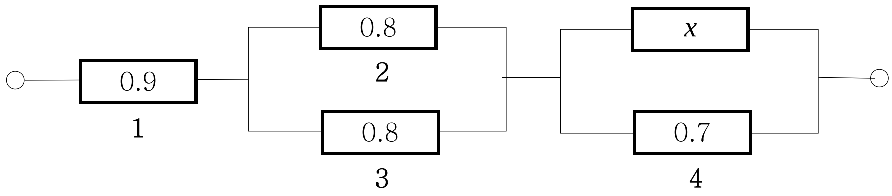
$$R_A = e^{-\lambda_A\times t} = e^{-(0.3\times 10^{-3})\times 100} = 0.9704,\quad R_B = e^{-\lambda_B\times t} = e^{-(0.4\times 10^{-3})\times 100} = 0.9608$$

$$R_C = e^{-\lambda_C\times t} = e^{-(0.8\times 10^{-3})\times 100} = 0.9231,\quad R_D = e^{-\lambda_D\times t} = e^{-(0.1\times 10^{-3})\times 100} = 0.9900$$

병렬결합 부분의 신뢰도 R_p

$$R_p = 1-(1-R_C)(1-R_D) = 1-(1-0.9231)(1-0.9900) = 0.9992$$

03 시스템의 신뢰도를 0.8로 하려면 x의 신뢰도는 얼마인가?



해설 과년도(기사기출)

☞ 시스템 신뢰도 R_S : $R_S = R_1 \times R_{p1} \times R_{p2} = 0.9 \times 0.96 \times (0.7 + 0.3R_x) = 0.8 \rightarrow R_x = 0.7531$

여기서, 병렬결합된 2, 3 부분의 신뢰도 R_{p1} : $R_{p1} = 1-(1-0.8)^2 = 0.96$

병렬결합된 4, x 부분의 신뢰도 R_{p2} : $R_{p2} = 1-(1-R_x)(1-0.7) = 0.7 + 0.3R_x$

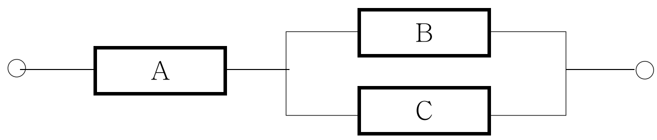
04 고장률이 $\lambda = 10^{-3}$(/시간)인 동일한 3개의 부품이 병렬로 구성된 시스템의 MTBF를 구하시오. (단, 부품의 고장은 상호 독립이며 지수분포를 따른다고 한다.)

해설 2017(기사1회차) 등 총2회

☞ 3개 부품의 병렬결합시 시스템의 평균수명

$$MTBF_S = \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta_0}{i} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\lambda} \times \frac{1}{i} \right) = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{10^{-3}} \times \frac{11}{6} = 1{,}833.33 \text{ (시간)}$$

05 다음 그림과 같이 결합된 시스템을 100시간 사용하였을 경우 시스템의 전체 신뢰도는 얼마인가? 또한 이 시스템의 평균수명 MTBF는 얼마인가? (단, 부품의 고장은 상호 독립이며, 고장분포는 지수분포라고 한다.) (단, λ_A=0.002/시간, $\lambda_B = \lambda_C$=0.0015/시간)



해설 과년도(기사기출)

☞ 직렬 및 병렬 혼합시의 전체 신뢰도와 평균수명 계산

(1) 시스템의 전체 신뢰도

$$R_S(t) = R_A(t)\left[1-(1-R_B(t))(1-R_C(t))\right] = \exp[-\lambda_A t]\left[1-\{1-\exp(-\lambda_B t)\}\{1-\exp(-\lambda_C t)\}\right]$$

$$= \exp[-0.002 \times 100]\left[1-\{1-\exp(0.0015 \times 100)\}^2\right] = 0.8187 \times \left[1-(1-0.8607)^2\right] = 0.8029$$

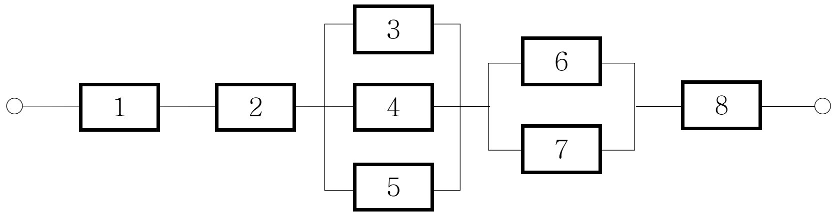
(2) 시스템의 평균수명 MTBF

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_S} = \frac{1}{3/1{,}000} = \frac{1{,}000}{3} = 333.33 \text{ (시간)}$$

여기서, $\lambda_S = \sum \lambda_i = \lambda_A + \lambda_{B-C} = 0.002 + 1/1{,}000 = 3/1{,}000$

단, $\dfrac{1}{\lambda_{B-C}} = \dfrac{3}{2\lambda_0} = \dfrac{3}{2 \times 0.0015} = 1{,}000$

06 다음과 같이 구성된 시스템이 있다. 만약 어떤 시점 t 에서 각 부품의 신뢰도가 모두 $R_i(t) = 0.9$, i =1. 2, ⋯, 8이라면 이 시스템의 신뢰도는 시각 t 에서 얼마인가?



해설 2017(기사3회차) 등 총2회

☞ 시스템 전체의 신뢰도

$$R_S(t) = R_1(1) \times R_2(t) \times R_{S_1}(t) \times R_{S_2}(t) \times R_8(t) = 0.9 \times 0.9 \times 0.999 \times 0.99 = 0.721$$

여기서, $R_3(t),\ R_4(t),\ R_5(t)$ 로 구성되는 병렬결합부분의 신뢰도 R_{S_1}

$$R_{S_1}(t) = 1 - \prod_{i=3}^{5}(1-R_i) = 1-(1-0.9)^3 = 0.999$$

$R_6(t),\ R_7(t)$ 로 구성되는 병렬결합부분의 신뢰도 R_{S_2}

$$R_{S_2}(t) = 1 - \prod_{i=6}^{7}(1-R_i) = 1-(1-0.9)^2 = 0.99$$

6.3 특수결합모델의 시스템 신뢰도

◈ m route 시스템 신뢰도 ◈

01 각 신뢰도가 0.8888인 20개의 최소부품으로 된 시스템의 신뢰도는 얼마나 되는가? 또 이 시스템을 3개 만들어 병렬로 결합하면 시스템 전체의 신뢰도는 얼마나 되는가?

해설 과년도(기사기출)

☞ 시스템중복의 경우 신뢰도

① 직렬시스템의 신뢰도 $R_{SS} = \prod_{i=1}^{20} R_i = 0.8888^{20} = 0.09464$

② 시스템중복시의 신뢰도 $R_S = 1-(1-R_{SS})^3 = 1-(1-0.8888^{20})^3 = 0.2579$

◈ n 중 k (k out of n) 시스템 신뢰도 ◈

02 상호 독립적이고 동일한 5개의 부품 중 4개 이상의 부품이 작동되어야 시스템이 정상적으로 가동된다고 한다. 각 부품의 신뢰도가 0.95일 때 시스템의 신뢰도는?

해설 과년도(기사기출)

☞ 5 중 4 시스템의 신뢰도

n 중 k 시스템의 신뢰도 $R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i \cdot R^i (1-R)^{n-i}$ 의 관계식으로부터

$$R_S = \sum_{i=4}^{5} {}_5C_i \cdot R^i (1-R)^{5-i} = {}_5C_4 \times 0.95^4 (1-0.95)^{5-4} + {}_5C_5 \times 0.95^5 (1-0.95)^{5-5}$$

$$= 5 \times 0.95^4 \times 0.05 + 0.95^5 = 0.9974$$

03 신뢰도가 0.9인 미사일 4개가 설치된 미사일발사 시스템이 있다. 그런데 4개의 미사일 중 3개만 작동하면 이 미사일발사 시스템은 임무수행이 가능하다. 이 4개 중 3개 미사일 시스템의 신뢰도를 계산하시오.

해설 2019(기사2회차) 등 총2회

☞ n 개 중 k 개만 작동하면 시스템이 작동하는 n 중 k 시스템의 신뢰도는

$$R_S = \sum_{i=k}^{n} {}_nC_i R^i (1-R)^{n-i}$$ 이고, $n=4$, $k=3$, $R=0.9$이므로

$$R_S = \sum_{i=3}^{4} {}_4C_i (0.9)^i (1-0.9)^{4-i} = {}_4C_3 (0.9)^3 (1-0.9)^1 + {}_4C_4 (0.9)^4 (1-0.9)^0 = 0.9477$$